KURATORIUM OŚWIATY W KRAKOWIE

Kod ucznia……….…………….....

MAŁOPOLSKI KONKURS MATEMATYCZNY
dla uczniów dotychczasowych gimnazjów
i klas dotychczasowych gimnazjów
prowadzonych w szkołach innego typu
województwa małopolskiego
Rok szkolny 2017/2018
ETAP SZKOLNY — 21 listopada 2017 roku

1. Przed Tobą zestaw **20** zadań konkursowych.
2. Na ich rozwiązanie masz **90** minut. Piętnaście minut przed upływem tego czasu zostaniesz o tym poinformowany przez członka Komisji Konkursowej.
3. Za bezbłędne rozwiązanie wszystkich zadań możesz uzyskać **50** punktów. W każdym zadaniu zamkniętym spośród 5 proponowanych odpowiedzi tylko jedna jest poprawna.
4. Za poprawne rozwiązanie każdego z zadań od **1** do **10** otrzymasz **2** punkty. Za poprawne rozwiązanie każdego z zadań od **11** do **20** otrzymasz **3** punkty.
5. Odpowiedzi do zadań zaznacz symbolem × w tabeli odpowiedzi, która znajduje się na końcu arkusza. Tylko odpowiedzi zaznaczone w tabeli będą oceniane. Jeśli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz symbolem × inną odpowiedź. Brak wyboru odpowiedzi będzie traktowany jako błędna odpowiedź.
6. Pisz długopisem lub piórem, nie używaj korektora. Puste kratkowane strony z arkusza możesz poświęcić na brudnopis. Brudnopis nie podlega ocenie.
7. Podczas pracy nie możesz korzystać z kalkulatora i żadnych innych dodatkowych pomocy, z wyjątkiem podstawowych przyborów geometrycznych.
8. Przekaż wyłączony telefon komórkowy Komisji (jeśli go posiadasz).
9. Stwierdzenie niesamodzielności pracy lub przeszkadzanie innym spowoduje wykluczenie z udziału w Konkursie.

Powodzenia!

Zadanie 1 (2 punkty)

Słoik pełen dżemu waży 1 kg. Słoik napełniony do połowy objętości waży 0,7 kg. Ile będzie ważyć słoik napełniony w jednej trzeciej?

A. 0,4 kg; **B.** 0,2 kg; **C.** 0,42 kg; **D.** 0,6 kg; **E.** 0,35 kg.

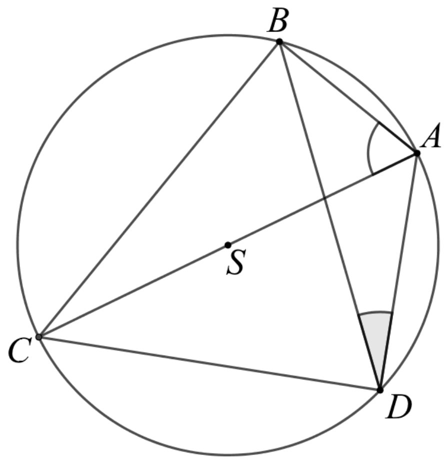
Zadanie 2 (2 punkty)

Na stole stoi pudełko, w którym jest 6 mniejszych pudełek. W niektórych mniejszych pudełkach może być po 6 jeszcze mniejszych pudełek (inne mogą być puste). W tych jeszcze mniejszych pudełkach znów może być po 6 malutkich pudełek itd. Która z poniższych liczb może być liczbą wszystkich pudełek (liczymy wszystkie, niezależnie od wielkości)?

A. 2017; **B.** 2018; **C.** 2019; **D.** 2020; **E.** 2021.

Zadanie 3 (2 punkty)

Na okręgu o środku *S* obrano punkty *A*, *B*, *C*, *D*, przy czym *S* leży na odcinku *AC* (rysunek). Wiadomo, że kąt *BAC* ma miarę 58°. Podaj miarę kąta *ADB*.



A. 24°; **B.** 32°; **C.** 58°;
D. 33°; **E.** 29°.

Zadanie 4 (2 punkty)

Ile wynosi wartość wyrażenia $\left|2\sqrt{3}-5\right|+\left|4-\sqrt{3}\right|-\left|3\sqrt{3}+9\right|$?

A. 8; **B.** $-2\sqrt{3}-10$; **C.** $-6\sqrt{3}$; **D.** $18+6\sqrt{3}$; **E.** $18-6\sqrt{3}$.

Zadanie 5 (2 punkty)

Wszystkie wierzchołki sześcianu oznaczono kolorem zielonym. Każdą parę zielonych punktów połączono odcinkiem. Wszystkie punkty przecięcia odcinków, które nie są punktami zielonymi, pokolorowano na czerwono. Ile punktów czerwonych powstało?

A. 6; **B.** 7; **C.** 8; **D.** 14; **E.** 15.

Zadanie 6 (2 punkty)

Liczba *a* jest największym dzielnikiem liczby 10 000, w którego zapisie dziesiętnym nie występuje 0. Jaka jest pierwsza cyfra liczby *a*?

A. 4; **B.** 2; **C.** 7; **D.** 6; **E.** 8.

Zadanie 7 (2 punkty)

Wykresy funkcji liniowych danych wzorami $y = 2x - 7$ oraz $y = 7x + 2$ przecinają się w punkcie o współrzędnych

A. $\left(-1\frac{4}{5}; -10\frac{3}{5}\right)$; **B.** $\left(1\frac{4}{5}; 8\frac{3}{5}\right)$; **C.** $\left(-1\frac{4}{5}; -14\frac{3}{5}\right)$;
D. $\left(-1\frac{4}{5}; 3\frac{2}{5}\right)$; **E.** $\left(1\frac{4}{5}; -11\frac{3}{5}\right)$.

Zadanie 8 (2 punkty)

W turnieju tenisowym rozgrywanym systemem pucharowym wystartowało 50 zawodników. W każdej rundzie losowane są pary zawodników, którzy grają ze sobą. Zwycięzca pojedynku przechodzi do kolejnej rundy (nie ma remisów). Jeśli liczba zawodników w danej rundzie jest nieparzysta, jeden zawodnik przechodzi do kolejnej rundy bez rozgrywania pojedynku. Ile spotkań trzeba rozegrać, aby wyłonić zwycięzcę?

A. 1225; **B.** 625; **C.** 124; **D.** 52; **E.** 49.

Zadanie 9 (2 punkty)

Wysokość trójkąta prostokątnego opuszczona z wierzchołka kąta prostego dzieli przeciwprostokątną na odcinki długości 4 oraz 6. Jaka jest długość najkrótszej wysokości tego trójkąta?

A. $2\sqrt{10}$; **B.** $2\sqrt{6}$; **C.** $3\sqrt{2}$; **D.** $2\sqrt{15}$; **E.** 5.

Zadanie 10 (2 punkty)

Na przyjęciu było 18 osób, których średnia wieku wynosiła 26 lat. W pewnym momencie do gości dołączyła dwójka bliźniaków, i wtedy średnia wieku zmalała do 25 lat. Ile lat ma każdy z bliźniaków?

A. 19; **B.** 13; **C.** 16; **D.** 21; **E.** 22.

Zadanie 11 (3 punkty)

Dana jest liczba naturalna *n*. Jeśli pomniejszymy ją o 1, jej kwadrat zmaleje o 2017. Ile wynosi *n*?

A. 2006; **B.** 537; **C.** 735; **D.** 3029; **E.** 1009.

Zadanie 12 (3 punkty)

Ile jest liczb pięciocyfrowych, w których suma cyfr wynosi 3?

A. 15; **B.** 14; **C.** 13; **D.** 12; **E.** 11.

Zadanie 13 (3 punkty)

Wartość wyrażenia

$$\frac{2017^2+2018^2+2019^2+2020^2+2021^2}{5}$$

jest równa wartości wyrażenia

A. $2018\cdot 2020+4$; **B.** 2019^2+2; **C.** $\frac{1}{2}\cdot\left(2017^2+2021^2\right)$;

D. $\frac{1}{2}\cdot(2017+2021)^2$; **E.** $2017\cdot 2021-2$.

Zadanie 14 (3 punkty)

Na ekranie wyświetlono cztery liczby: 2, 0, 1, 7. Po każdej kolejnej minucie pierwsza liczba jest powiększana o 1, druga o 2, trzecia o 4, a ostatnia o 8. W pewnym momencie suma czterech liczb na monitorze po raz pierwszy przekroczyła 2017. Jaka liczba figurowała wtedy na ostatniej pozycji (tam, gdzie na początku było 7)?

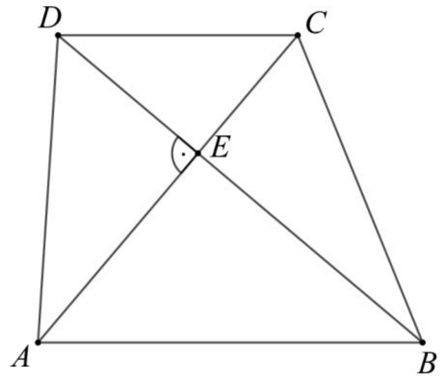
A. 1076; **B.** 1071; **C.** 1079; **D.** 1077; **E.** 1072.

Zadanie 15 (3 punkty)

Przekątne trapezu *ABCD* są prostopadłe i przecinają się w punkcie *E* (rysunek). Wiadomo, że $CD = 5$, $CE = 3$ oraz $BD = 10$. Ile wynosi pole trójkąta *ACD*?

A. 22; **B.** 15; **C.** $37\frac{1}{2}$;

D. $18\frac{3}{4}$; **E.** 30.



Zadanie 16 (3 punkty)

Iloma cyframi będzie zapisana liczba uzyskana jako wynik działania $25^{25}\cdot 8^{17}$?

A. 40; **B.** 50; **C.** 51; **D.** 56; **E.** 57.

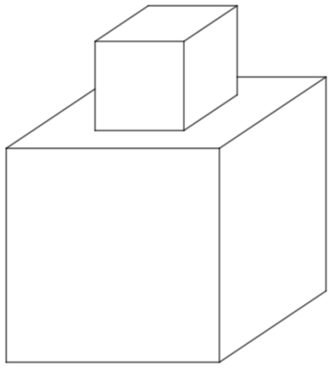
Zadanie 17 (3 punkty)

Liczbą naturalną jest wartość wyrażenia

A. $\frac{9^{30}}{3^{90}}$; **B.** $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}$; **C.** $\left(\sqrt{7}+1\right)^2$;

D. $\left(3\sqrt{2}+4\right)\left(3\sqrt{2}-4\right)$; **E.** $\frac{2^{37}}{4^{19}}$.

Zadanie 18 (3 punkty)



Na środku każdej ze ścian sześcianu o krawędzi długości 2 przyklejono sześcian o krawędzi długości 1. Rysunek przedstawia sześcian doklejony do górnej ściany, tak samo postępujemy z pozostałymi ścianami. Jakie jest pole powierzchni całkowitej uzyskanej bryły?

A. 60; **B.** 44; **C.** 43;
D. 48; **E.** 54.

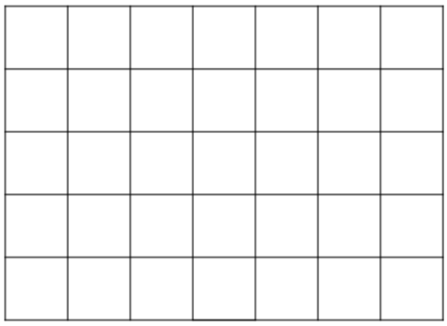
Zadanie 19 (3 punkty)

Środkowa trójkąta to odcinek łączący wierzchołek ze środkiem przeciwległego boku. Jaka jest długość środkowej poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego w trójkącie prostokątnym o przyprostokątnych długości 6 i 9?

A. $\frac{5+\sqrt{13}}{9}$; **B.** $\frac{15}{2}$; **C.** $\frac{15\sqrt{3}}{2}$; **D.** $\frac{\sqrt{117}}{3}$; **E.** $\frac{3\sqrt{13}}{2}$.

Zadanie 20 (3 punkty)

W pałacu jest 35 kwadratowych komnat (rysunek). Król ma zamiar wyburzyć niektóre wewnętrzne ściany powiększając komnaty. Postawił warunek, że po tej operacji wszystkie komnaty mają mieć ten sam obwód, ale mają powstać co najmniej dwie komnaty różnych kształtów. Jaka jest największa możliwa liczba komnat, przy której powyższe warunki są spełnione?



A. 11; **B.** 7;
C. 5; **D.** 4;
E. jest to niemożliwe.

BRUDNOPIS

BRUDNOPIS

TABELA ODPOWIEDZI

zadanie	A	B	C	D	E
1	A	B	C	D	E
2	A	B	C	D	E
3	A	B	C	D	E
4	A	B	C	D	E
5	A	B	C	D	E
6	A	B	C	D	E
7	A	B	C	D	E
8	A	B	C	D	E
9	A	B	C	D	E
10	A	B	C	D	E
11	A	B	C	D	E
12	A	B	C	D	E
13	A	B	C	D	E
14	A	B	C	D	E
15	A	B	C	D	E
16	A	B	C	D	E
17	A	B	C	D	E
18	A	B	C	D	E
19	A	B	C	D	E
20	A	B	C	D	E