KURATORIUM OŚWIATY
W KRAKOWIE

Kod ucznia

Miejsce na metryczkę ucznia

Małopolski Konkurs Matematyczny
dla uczniów szkół podstawowych województwa małopolskiego
Etap rejonowy
Rok szkolny 2020/2021

Drogi Uczniu !

1. Przed Tobą zestaw 18 zadań konkursowych, za które łącznie możesz uzyskać 60 punktów.
2. Na rozwiązanie zestawu masz **120 minut**. Komisja konkursowa 15 minut przed końcem przypomni Ci o upływającym czasie.
3. Pracuj uważnie, używając jedynie niezmazywalnego długopisu w kolorze czarnym lub niebieskim. Odpowiedzi udzielane przy użyciu ołówka nie będą oceniane.
4. Brudnopis nie podlega ocenie.
5. Nie podpisuj kartek imieniem i nazwiskiem, zakoduj pracę zgodnie z poleceniami Komisji Konkursowej.
6. Pamiętaj, aby nie używać korektora ani kalkulatora.
7. Przekaż w depozyt członkom Komisji telefon komórkowy, jeśli go posiadasz przy sobie.
8. Staraj się, aby Twoja praca była czytelna. Pisz i rysuj wyraźnie, nie stosuj skrótów, zapisuj słowa w pełnym brzmieniu.
9. Stwierdzenie niesamodzielności pracy lub przeszkadzanie innym spowoduje wykluczenie z udziału w konkursie.
10. Po zakończeniu pracy na ławce pozostaw: arkusz z zestawem zadań, rozwiązania zadań otwartych oraz kopertę z kartą uczestnika.

Życzymy Ci satysfakcji z uczestnictwa w konkursie i powodzenia!

Organizatorzy Konkursu

Kod ucznia

Karta odpowiedzi

Numer zadania	Liczba punktów za zadanie	Miejsce na odpowiedź					WYPEŁNIA KOMISJA
		A	B	C	D	E	Przyznane punkty
1.	2						
2.	2						
3.	2						
4.	2						
5.	2						
6.	2						
7.	2						
8.	2						
9.	2						
10.	3						
11.	3						
12.	3						
13.	3						
14.	3						
15.	3						
						Suma punktów za zadania zamknięte:	

Numer zadania	1. – 15.	16.	17.	18.	SUMA
Liczba punktów za zadanie	**36**	**7**	**7**	**10**	**60**
Uzyskane punkty					

Kody sprawdzających:

Informacje dla ucznia – zadania zamknięte

1. W zadaniach od **1.** do **9.** podane są 4 odpowiedzi: A, B, C, D. W zadaniach od **10.** do **15.** podanych jest 5 odpowiedzi: A, B, C, D, E. Wybierz **tylko jedną** odpowiedź i wpisz wyraźnie znak **X** w odpowiedniej kratce w tabeli na karcie odpowiedzi.
   Jeśli zaznaczysz błędną odpowiedź, otocz ją kółkiem i wpisz **X** w inną kratkę.
2. <u>Pamiętaj o wypełnieniu karty odpowiedzi, ponieważ pierwsze 15 zadań będzie ocenianych wyłącznie na jej podstawie.</u>
3. Ostatnie trzy strony tego arkusza są przeznaczone na brudnopis.

Zadanie 1. 2p

Poniżej podano stwierdzenia na temat zapisu liczb naturalnych z przedziału od 1 do 3999 w systemie rzymskim.

I. Istnieje co najmniej 7 różnych liczb składających się z dwóch znaków, w których odejmujemy pierwszy ze znaków od drugiego.
II. Można użyć tego samego znaku 4 razy w jednej liczbie.
III. Liczba 1631 zapisana w systemie rzymskim to MLCXXXI.
IV. Najwięcej znaków w systemie rzymskim użyjemy przy zapisie liczby 3988.

Które stwierdzenia są prawdziwe?

A. wszystkie **B.** tylko I i IV **C.** tylko II **D.** żadne

Zadanie 2. 2p

Jubiler, pracując od poniedziałku do piątku, sprzedaje ozdobne zakładki do książek w cenie 50 zł za sztukę. Koszt materiałów potrzebnych do wykonania jednej zakładki wynosi 12,50 zł, ale dodatkowo jubiler ponosi miesięcznie 2250 zł kosztów stałych. Ile zakładek musi średnio produkować i sprzedawać dziennie, aby w lutym 2021 roku zanotować 3000 zł zysku?

A. 1 **B.** 3 **C.** 5 **D.** 7

Zadanie 3. 2p

Po wysuszeniu śliwki powinny mieć 22% zawartości wody. Aby uzyskać 1 kg suszonych śliwek, należy zużyć 3 kg śliwek świeżych. Jaka jest procentowa zawartość wody w świeżych śliwkach?

A. 66% **B.** 66,(6)% **C.** 74% **D.** 83,(3)%

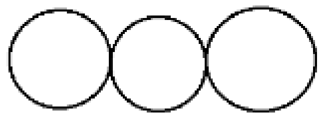
Zadanie 4. **2p**

Średnia arytmetyczna pewnego zestawu danych, składającego się z dziesięciu liczb naturalnych, wynosi 6. Który z poniższych wniosków wynika z tej informacji?

A. Jeśli w tym zestawie występuje liczba 4, to musi też wystąpić liczba 8.
B. W zestawie nie może wystąpić liczba 61.
C. 6 jest najczęściej występującą liczbą w tym zestawie.
D. Co najmniej pięć liczb w tym zestawie jest równe lub większe od 6.

Zadanie 5. **2p**

Łańcuch bakterii pewnego paciorkowca składa się z trzech stykających się kul o średnicach równych odpowiednio $9{,}8 \cdot 10^{-7}$ m, $1{,}1 \cdot 10^{-6}$ m oraz $9{,}9 \cdot 10^{-7}$ m. Na rysunku obok przedstawiono schemat tego łańcucha.



Jaka jest całkowita długość tego paciorkowca zapisana w notacji wykładniczej?

A. $1{,}981 \cdot 10^{-8}$ m **B.** $3{,}07 \cdot 10^{-8}$ m **C.** $2{,}08 \cdot 10^{-6}$ m **D.** $3{,}07 \cdot 10^{-6}$ m

Zadanie 6. **2p**

Wojtek rzuca jednocześnie trzema identycznymi sześciennymi kostkami do gry i sumuje liczbę wyrzuconych oczek. Jaka jest najmniejsza liczba rzutów, które Wojtek musi wykonać, aby mieć pewność, że jedna z sum się powtórzy?

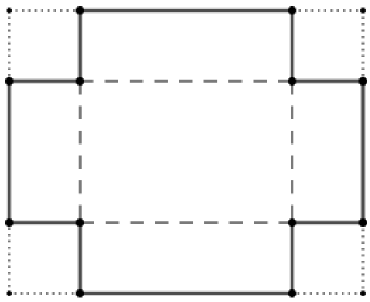
A. 16 **B.** 17 **C.** 18 **D.** 19

Zadanie 7. **2p**

Uczniów przyjętych do klasy pierwszej pewnego liceum wstępnie przydzielono po równo do 7 klas. Ostatecznie postanowiono, że w każdej klasie będzie o 9 osób mniej niż pierwotnie zakładano. Po tej zmianie utworzono 10 równolicznych oddziałów. Ilu łącznie uczniów przyjęto do klas pierwszych tego liceum?

A. 30 **B.** 210 **C.** 280 **D.** 300

Zadanie 8. **2p**



Z rogów prostokątnej blachy o wymiarach 20 cm × 12 cm odcięto 4 kwadraty o boku x cm, a następnie zagięto powstałe prostokąty wzdłuż linii przerywanych pokazanych na rysunku obok. Po zespawaniu krawędzi powstał 2-litrowy pojemnik bez wieka.
Które z poniższych równań pozwoli poprawnie wyznaczyć długość x?

A. $x(20-2x)(12-2x) = 2000$
B. $2 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}1x - 4x^3 = 2$
C. $x(20-x)(12-x) = 2000$
D. $2000 : (20 \cdot 12) = x$

Zadanie 9. **2p**

Kod PIN do karty bankomatowej pewnego banku składa się z czterech cyfr. Pani Stasia chciała wybrać taki kod, aby jak najmniej liczb czterocyfrowych miało taki sam iloczyn cyfr jak jej kod. Która z poniższych liczb najlepiej spełnia jej wymagania?

A. 1119 **B.** 2222 **C.** 5155 **D.** 7350

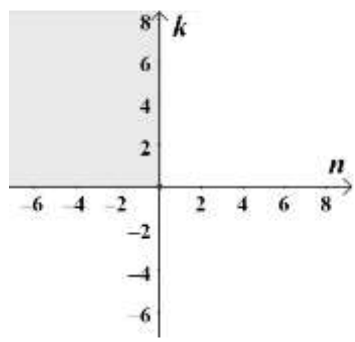
Zadanie 10. **3p**

Dany jest sześciokąt foremny, w którym krótsza przekątna ma długość 4 cm. Jakie jest pole tego sześciokąta?

A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm^2 **B.** $6\sqrt{3}$ cm^2 **C.** 8 cm^2 **D.** $8\sqrt{3}$ cm^2 **E.** $12\sqrt{3}$ cm^2

Zadanie 11. **3p**

Liczbę całkowitą k możemy opisać wyrażeniem $k = 2 - \frac{6}{n}$, gdzie n jest liczbą całkowitą.
Ile punktów postaci (n, k) znajduje się w zacieniowanym obszarze układu współrzędnych?



A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

Zadanie 12. 3p

Rozważmy parę różnych, dodatnich liczb całkowitych a i b. Liczby te są względnie pierwsze, co oznacza, że $NWD(a, b) = 1$. Wskaż zdanie fałszywe.

A. Liczby a i b są liczbami pierwszymi.
B. Liczby a^2 i b^2 również są względnie pierwsze.
C. Liczby a i b mogą mieć tę samą cyfrę jedności.
D. $NWW(a, b) = a \cdot b$.
E. Co najmniej jedna z liczb a i b jest nieparzysta.

Zadanie 13. 3p

Dany jest trójkąt o wierzchołkach w punktach $A(-4, -1)$, $B(6, 1)$ oraz $C(-1, 3)$. Jaką długość ma wysokość trójkąta wychodząca z wierzchołka B?

A. $\sqrt{41}$ **B.** 6,75 **C.** 6,8 **D.** 7 **E.** $5\sqrt{2}$

Zadanie 14. 3p

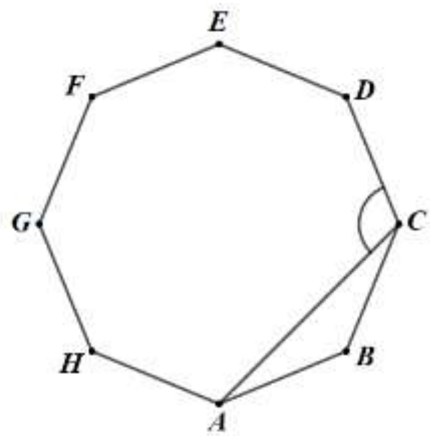
Długość trasy rajdu podzielono na trzy odcinki w stosunku 1:4:3. Czasy przejazdu kolejnych części pozostają odpowiednio w stosunku 3:2:1. Jeśli v oznacza średnią prędkość uzyskaną na pierwszym odcinku, jakim wyrażeniem algebraicznym przedstawimy średnią prędkość przejazdu całej trasy rajdu?

Uwaga: Prędkość średnia to iloraz całkowitej przebytej drogi do całkowitego czasu od początku do końca ruchu.

A. $\frac{3}{4}v$ **B.** $\frac{4}{3}v$ **C.** $\frac{16}{9}v$ **D.** $4v$ **E.** $\frac{16}{3}v$

Zadanie 15. 3p

Ile wynosi miara kąta ACD pomiędzy najkrótszą z przekątnych a bokiem ośmiokąta foremnego $ABCDEFGH$?



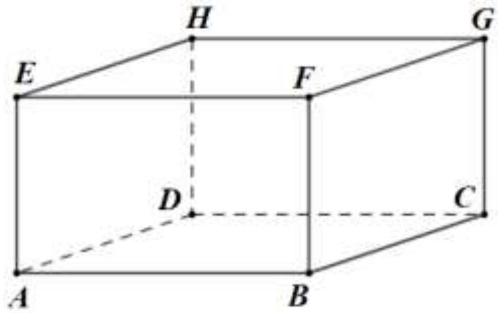
A. 102,5°
B. 112,5°
C. 120°
D. 127,5°
E. 135°

Informacje dla ucznia – zadania otwarte

1. Rozwiązania i odpowiedzi do zadań otwartych od **16.** do **18.** zapisz czytelnie na kartkach papieru zapewnionych przez Komisję Konkursową.
2. Na górze każdej kartki zapisz swój **kod ucznia** oraz tytuł: ROZWIĄZANIE ZADANIA NR …
Każde z zadań rozwiąż na osobnej kartce.
3. Pamiętaj o zapisaniu wszystkich obliczeń i odpowiedzi. Błędne obliczenia przekreślaj i zapisuj nowe.

Zadanie 16. 7p

Dany jest prostopadłościan widoczny na rysunku obok. Przyjmijmy $|AB| = x$, $|BC| = y$ oraz $|CG| = z$.



a) **(1p)** Zapisz wzór na długość przekątnej *AC* podstawy *ABCD* prostopadłościanu w zależności od długości *x* i *y*.

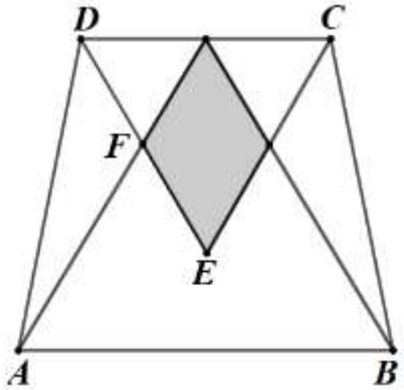
Przekątna prostopadłościanu *AG* tworzy wraz z przekątną podstawy i wysokością trójkąt prostokątny.

b) **(2p)** Wykaż, że długość przekątnej *AG* możemy wyrazić wzorem $|AG| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

c) **(4p)** Obszar, w którym porusza się dron, wyznaczony jest przez prostopadłościan *ABCDEFGH* (rysunek powyżej). Podstawa *ABCD* prostopadłościanu znajduje się na poziomie morza, punkt D leży na północ od *A,* a punkt *B* na wschód od *A.* Dron znajdujący się w punkcie *G* jest na wysokości 50 m nad poziomem morza, 96 m na wschód i 72 m na północ od celu w punkcie *A*. Ile co najmniej sekund zajmie mu przelot w linii prostej do celu, jeśli maksymalna prędkość tego drona to 78km/h? Zapisz obliczenia.

Zadanie 17. 7p

Dany jest trapez równoramienny o podstawach *AB* i *CD* ($|AB| > |CD|$) widoczny na rysunku obok.



Wewnątrz trapezu na podstawach skonstruowano dwa trójkąty równoboczne tak, że wierzchołek większego trójkąta leży na podstawie *CD*. Częścią wspólną skonstruowanych trójkątów jest zacieniowany romb.

a) **(3p)** Wykaż, że jeśli czworokąt *AECF* jest równoległobokiem, to $|AB| = 1{,}5 \cdot |CD|$.

b) **(4p)** Jaki procent pola trapezu *ABCD* stanowi pole zacieniowanego rombu, jeśli $|AB| = 6$ cm oraz $|CD| = 4$ cm? Zapisz obliczenia.

Zadanie 18. 10p

I. Samorząd szkolny organizuje loterię walentynkową. Losów ma być tyle, ile różnych liczb trzycyfrowych, a na każdym losie – inna liczba trzycyfrowa. Kupujący wygrywa, jeśli wylosuje liczbę podzielną przez 14.

a) **(2p)** Podaj, która z liczb na losach wygrywających jest najmniejsza, a która największa.

b) **(2p)** Jakie jest prawdopodobieństwo wygranej przy powyższych założeniach przy kupnie jednego losu? Zapisz obliczenia.

II. Przewodniczący samorządu zdecydował, że na organizowaną loterię walentynkową on przygotuje losy wygrywające, a jego zastępca – przegrywające. W ostateczności okazało się, że przewodniczący wykonał wszystkie zaplanowane losy wygrywające, a zastępca tylko 161 kolejnych losów przegrywających od 100 wzwyż.

a) **(2p)** Ile razy wzrosło prawdopodobieństwo wygranej? Zapisz obliczenia.

b) **(4p)** Jaka była największa liczba na losie przegrywającym? Zapisz obliczenia.

Pamiętaj! Rozwiązania zapisz na osobnych kartkach.
Żadne zapiski na stronach 7 i 8 **nie będą sprawdzane**.

BRUDNOPIS

Pamiętaj! Wszelkie zapisy obliczeń i rozwiązań na tej stronie nie podlegają ocenie.

BRUDNOPIS

Pamiętaj! Wszelkie zapisy obliczeń i rozwiązań na tej stronie nie podlegają ocenie.

BRUDNOPIS

Pamiętaj! Wszelkie zapisy obliczeń i rozwiązań na tej stronie nie podlegają ocenie.