## SCHEMAT PUNKTOWANIA ZADAŃ ZAMKNIĘTYCH

| Numer zadania | Liczba punktów za zadanie | Klucz odpowiedzi | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | A | B | C | D | E |
| **1.** | 3 | | X | | | |
| **2.** | 3 | | | X | | |
| **3.** | 3 | | | | X | |
| **4.** | 3 | X | | | | |
| **5.** | 3 | | | X | | |
| **6.** | 3 | | | | | X |
| **7.** | 3 | | | | | X |
| **8.** | 3 | X | | | | |
| **9.** | 3 | | | X | | |
| **10.** | 3 | | | | X | |
| **11.** | 3 | | X | | | |

Łączna liczba punktów możliwych do zdobycia za zadania zamknięte: **33**

## SCHEMAT PUNKTOWANIA ZADAŃ OTWARTYCH

1. Jeśli uczeń rozwiąże zadanie poprawnie alternatywnym sposobem, otrzymuje pełną liczbę punktów.

2. Jeśli uczeń popełnia błędy rachunkowe, ale **sposób** rozwiązania zadania jest w całości poprawny, rozwiązanie konsekwentnie doprowadzone do końca, a błąd nie powoduje znacznego uproszczenia zadania, to uczeń traci tylko 1 punkt za zadanie (bez względu na etap, na którym błąd został popełniony).

Łączna liczba punktów możliwych do zdobycia za zadania otwarte: **27**

**ZADANIE 12.** **8p**

<table>
<tr><th>Poprawna odpowiedź</th><th>Punktacja</th></tr>
<tr><td>

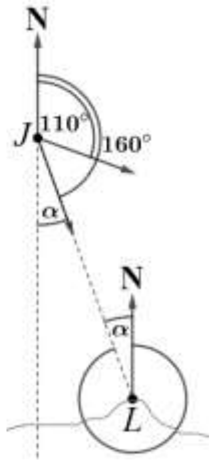
a) 340°

b) 9 km

c) Wartość namiaru rośnie.

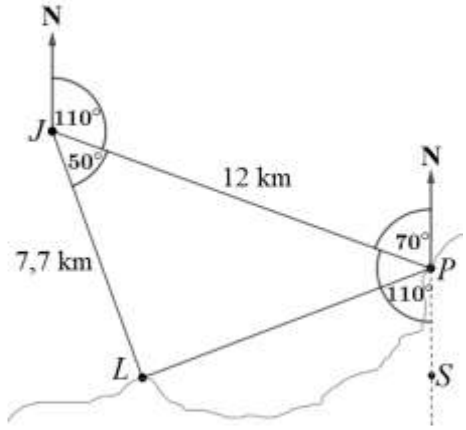
</td><td>

**<u>Przykładowe rozwiązanie:</u>**




Oznaczamy pozycję jachtu jako punkt $J$, latarnię jako punkt $L$ oraz port jako punkt $P$.

a) Prowadzimy odcinek $JL$ oraz kreślimy prostą przechodzącą przez $J$ wskazującą kierunek północ-południe.
Kąt $\alpha$ o wierzchołku w punkcje $J$ jest kątem przyległym do kąta 160°, więc ma miarę 20°. Kąty oznaczone na rysunku symbolem $\alpha$ są naprzemianległe.
Stąd namiar z latarni na jacht ma miarę: 360° − 20° = 340°.




b) Łączymy punkty, tworząc trójkąt $JLP$.
Kąt $LJP$ ma miarę 160° − 110° = 50°.
Kreślimy prostą $PS$ przechodzącą przez punkt $P$ wskazującą kierunek północ-południe. Zaznaczamy kąt $JPS$ o mierze 110° naprzemianległy do namiaru z jachtu na port. Znajdujemy kąt przyległy do kąta $JPS$ o mierze 70° (rysunek obok).
Stąd obliczamy miarę kąta $JPL$:
360° − 250° − 70° = 40°
oraz kąta $JLP$: 180° − 50° − 40° = 90°.
Trójkąt $JLP$ jest więc prostokątny i do obliczenia długości $LP$ możemy skorzystać z twierdzenia Pitagorasa: $|LP|^2 + 7{,}7^2 = 12^2$.
Dostajemy $|LP| = \sqrt{84{,}71}$ km ≈ 9 km.

c) Wartość namiaru rośnie.

**<u>Schemat punktacji</u>**:

Podpunkt **a)**

**2 punkty – pełne rozwiązanie**
Ustalenie poprawnej wartości namiaru z latarni na jacht (340°).

**1 punkt**
Poprawny sposób ustalenia namiaru z latarni na jacht
**lub** ustalenie miary kąta naprzemianległego do kąta przyległego do namiaru z jachtu na latarnię (20°).

**0 punktów**
Brak odpowiedzi lub odpowiedź błędna.

</td></tr>
</table>

| | |
|---|---|
| | Podpunkt **b)**<br>**5 punktów – pełne rozwiązanie**<br>Obliczenie odległości między portem a latarnią w zaokrągleniu do 1 km (9 km).<br><br>**4 punkty**<br>Poprawny sposób obliczenia odległości między portem a latarnią w zaokrągleniu do 1 km **lub** obliczenie dokładnej odległości między portem a latarnią i poprzestanie na tym ($\sqrt{84,71}$ km).<br><br>**3 punkty**<br>Poprawny sposób obliczenia dokładnej odległości między portem a latarnią.<br><br>**2 punkty**<br>Poprawny sposób obliczenia miar trzech kątów trójkąta łączącego jacht, port i latarnię (50°, 40°, 90°).<br><br>**1 punkt**<br>Zaznaczenie kąta naprzemianległego do namiaru z jachtu na port (110°).<br><br>**0 punktów**<br>Brak istotnego postępu lub podanie odpowiedzi (9 km) bez wykonania obliczeń.<br><br>Podpunkt **c)**<br>**1 punkt**<br>Podanie poprawnej odpowiedzi (Wartość namiaru rośnie.).<br><br>**0 punktów**<br>Podanie błędnej odpowiedzi lub brak odpowiedzi. |

**ZADANIE 13.** **10p**

<table>
<tr><th>Poprawna odpowiedź</th><th>Punktacja</th></tr>
<tr><td>

a) 60

b) Nie jest prawidłowy.

c) $8\sqrt{3}$

</td><td>

**<u>Przykładowe rozwiązanie:</u>**

a) Tworzymy układ równań z dwiema niewiadomymi: krawędzią podstawy *a* oraz wysokością graniastosłupa *H*.

$$\begin{cases} 72\sqrt{3} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot H \\ 144 = 3aH \end{cases}$$

Po uproszczeniu współczynników liczbowych otrzymujemy: $\begin{cases} 288 = a^2 H \\ 48 = aH \end{cases}$.

Z drugiego równania wyliczamy wzór na $H$ w zależności od $a$, tj. $H = \dfrac{48}{a}$, stosujemy metodę podstawiania i z pierwszego równania otrzymujemy:

$288 = a^2 \cdot \dfrac{48}{a}$ , co daje $a = 6$, więc $H = 8$.

Suma krawędzi wynosi $6 \cdot 6 + 3 \cdot 8 = 60$.

b) Otrzymany ostrosłup nie jest prawidłowy, ponieważ:
krawędzie boczne mają różne długości,
**lub**
spodek wysokości znajduje się poza podstawą,
**lub**
ściany boczne nie są trójkątami przystającymi.

c) **Sposób I**
Obliczamy bok sześciokąta będącego podstawą ostrosłupa: 6 : 3 = 2 oraz pole podstawy:

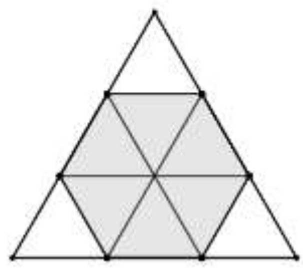
$P_P = 6 \cdot \dfrac{2^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 6\sqrt{3}$.

Wysokość ostrosłupa jest dwa razy mniejsza niż wysokość graniastosłupa, więc ma długość 4.
Następnie obliczamy objętość ostrosłupa:

$V = \dfrac{1}{3} \cdot 6\sqrt{3} \cdot 4 = 8\sqrt{3}$.

**Sposób II**
Gdy narysujemy najdłuższe przekątne sześciokąta, możemy zauważyć, że pole podstawy ostrosłupa stanowi $\frac{6}{9}$ pola podstawy graniastosłupa.
Wysokość ostrosłupa jest dwa razy mniejsza niż wysokość graniastosłupa.

Stąd $V = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot 72\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$.



</td></tr>
</table>

| | |
|---|---|
| | <u>**Schemat punktacji:**</u><br>Podpunkt **a)**<br>**6 punktów – pełne rozwiązanie**<br>Obliczenie sumy długości krawędzi graniastosłupa (60).<br><br>**5 punktów**<br>Obliczenie długości krawędzi podstawy **oraz** wysokości graniastosłupa (6; 8)<br>**lub** poprawny sposób obliczenia sumy długości krawędzi graniastosłupa.<br><br>**4 punkty**<br>Poprawny sposób obliczenia długości krawędzi podstawy **albo** wysokości graniastosłupa.<br><br>**3 punkty**<br>Poprawny sposób ustalenia rozwiązania układu równań.<br><br>**2 punkty**<br>Poprawne zapisanie układu dwóch równań z dwiema niewiadomymi.<br><br>**1 punkt**<br>Poprawne zapisanie jednego równania z dwiema niewiadomymi.<br><br>**0 punktów**<br>Brak odpowiedzi lub odpowiedź błędna<br>**lub** podanie odpowiedzi (60) bez wykonania obliczeń.<br><br>**Uwaga:** Jeśli w podpunkcie **a)** uczeń przyjął, że $H = 8$, $a = 6$, a następnie sprawdził, że takie wartości spełniają warunki zadania, otrzymuje za podpunkt **a)** 3 punkty.<br><br>Podpunkt **b)**<br>**1 punkt**<br>Stwierdzenie, że ostrosłup nie jest prawidłowy wraz z co najmniej jednym poprawnym argumentem.<br><br>**0 punktów**<br>Odpowiedź błędna lub błędne uzasadnienie odpowiedzi.<br><br>Podpunkt **c)**<br>**3 punkty – pełne rozwiązanie**<br>Obliczenie objętości ostrosłupa ($8\sqrt{3}$).<br><br>**2 punkty**<br>Poprawny sposób obliczenia objętości ostrosłupa<br>**lub** obliczenie pola podstawy ostrosłupa **oraz** podanie wysokości ostrosłupa ($6\sqrt{3}$; 4).<br><br>**1 punkty**<br>Poprawny sposób obliczenia pola podstawy ostrosłupa.<br><br>**0 punktów**<br>Brak odpowiedzi lub odpowiedź błędna<br>**lub** podanie odpowiedzi ($8\sqrt{3}$) bez wykonania obliczeń. |

**ZADANIE 14.** **9p**

<table>
<tr><th>Poprawna odpowiedź</th><th>Punktacja</th></tr>
<tr><td>a) $\frac{5}{3}$<br><br>b) 5000 zł</td><td>

<u>Przykładowe rozwiązanie:</u>

a) Sposób I

Oznaczamy wartość mniejszej części jako $x$, wartość większej części jako $5000 - x$.
Wartości obu kwot po wydatkach to odpowiednio $x - 600$ oraz $4000 - x$.
Układamy proporcję:

$$\frac{x}{5000 - x} = \frac{x - 600}{4000 - x}$$

Po wymnożeniu obu stron równania przez mianowniki dostajemy

$$x(4000 - x) = (x - 600)(5000 - x)$$
$$4000x - x^2 = 5000x - x^2 - 3000000 + 600x$$
$$1600x = 3000000$$
$$x = 1875$$

Następnie obliczamy wartość większej kwoty przed wydatkami: $5000 - 1875 = 3125$.
Zapisujemy stosunek większej kwoty do mniejszej i skracamy ułamek: $\frac{3125}{1875} = \frac{5}{3}$.

Sposób II

Oznaczamy wartość mniejszej części jako $m$, wartość większej części jako $w$.
Wartości obu kwot po wydatkach to odpowiednio $m - 600$ oraz $w - 1000$.
Układamy proporcję:

$$\frac{w}{m} = \frac{w - 1000}{m - 600}$$

Po wymnożeniu obu stron równania przez mianowniki dostajemy

$$w(m - 600) = m(w - 1000)$$
$$mw - 600w = mw - 1000m$$
$$600w = 1000m$$

Stąd obliczamy stosunek kwoty większej do kwoty mniejszej:

$$\frac{w}{m} = \frac{5}{3}$$

b) Oznaczamy wartość stypendium jako $y$.
Wydatki na sprzęt: $0{,}25y$, pozostało $0{,}75y$.
Pierwsza zaliczka na obóz: 1200, pozostało: $0{,}75y - 1200$.
Wydatki na zawody: $0{,}4(0{,}75y - 1200)$, pozostało: $0{,}6(0{,}75y - 1200)$.

Sposób I

Druga zaliczka na obóz: 780, pozostało: $0{,}6(0{,}75y - 1200) - 780$.
Układamy równanie:

$$0{,}6(0{,}75y - 1200) - 780 = 0{,}15y$$

Po przekształceniu obu stron równania otrzymujemy:

$$0{,}3y = 1500$$
$$y = 5000$$

Wartość stypendium Zuzi wynosiła zatem 5000 złotych.

Sposób II

Układamy równanie:

$$0{,}25y + 1200 + 0{,}4(0{,}75y - 1200) + 780 + 0{,}15y = y$$
$$0{,}7y + 1500 = y$$
$$y = 5000$$

</td></tr>
</table>

| | |
|---|---|
| | <u>**Schemat punktacji**</u>:<br>Podpunkt **a)**<br>**5 punktów – pełne rozwiązanie**<br>Obliczenie stosunku między większą i mniejszą kwotą **oraz** przedstawienie go w postaci ułamka nieskracalnego $\left(\frac{5}{3}\right)$.<br><br>**4 punkty**<br>Poprawny sposób obliczenia stosunku między większą i mniejszą kwotą.<br><br>**3 punkty**<br>Poprawny sposób obliczenia wartości jednej z kwot.<br><br>**2 punkty**<br>Zapisanie poprawnego równania (proporcji) umożliwiającego obliczenie wartości jednej z kwot<br>**lub** zapisanie poprawnego równania (proporcji) umożliwiającego obliczenie stosunku kwoty większej do kwoty mniejszej.<br><br>**1 punkt**<br>Zapisanie poprawnych wyrażeń algebraicznych opisujących wartości obu kwot po wydatkach.<br><br>**0 punktów**<br>Brak istotnego postępu **lub** podanie odpowiedzi $\left(\frac{5}{3}\right)$ bez wykonania obliczeń.<br><br>**Uwaga:** Jeśli w podpunkcie **a)** uczeń zapisze stosunek wartości jako $\frac{1000}{600}$ bez żadnego uzasadnienia, następnie uprości odpowiedź do postaci $\frac{5}{3}$, otrzymuje za podpunkt **a)** 2 punkty.<br><br>Podpunkt **b)**<br>**4 punkty – pełne rozwiązanie**<br>Obliczenie wartości stypendium (5000 zł).<br><br>**3 punkty**<br>Poprawny sposób obliczenia wartości stypendium.<br><br>**2 punkty**<br>Zapisanie poprawnego równania pozwalającego obliczyć wartość stypendium.<br><br>**1 punkt**<br>Zapisanie poprawnego wyrażenia algebraicznego opisującego kwotę wydaną na zawody<br>**lub** zapisanie poprawnego wyrażenia algebraicznego opisującego kwotę, która została Zuzi po poniesieniu wydatków na zawody.<br><br>**0 punktów**<br>Brak istotnego postępu **lub** podanie odpowiedzi (5000 zł) bez wykonania obliczeń. |