KURATORIUM OŚWIATY
W KRAKOWIE

Kod ucznia

Miejsce na metryczkę ucznia

Małopolski Konkurs Matematyczny
dla uczniów szkół podstawowych województwa małopolskiego
Etap wojewódzki
Rok szkolny 2021/2022

Drogi Uczniu !

1. Przed Tobą zestaw 16 zadań konkursowych, za które łącznie możesz uzyskać 60 punktów.
2. Na rozwiązanie zestawu masz **120 minut**. Komisja konkursowa 15 minut przed końcem przypomni Ci o upływającym czasie.
3. Brudnopis nie podlega ocenie.
4. Nie podpisuj się imieniem i nazwiskiem, zakoduj pracę zgodnie z poleceniami Komisji Konkursowej.
5. Nie używaj korektora ani długopisu zmazywalnego – zadanie, w którym ich użyjesz nie będzie oceniane. Odpowiedzi udzielane przy użyciu ołówka nie będą oceniane.
6. Przekaż w depozyt członkom Komisji telefon komórkowy, jeśli go posiadasz przy sobie.
7. Staraj się, aby Twoja praca była czytelna. Pisz i rysuj wyraźnie, nie stosuj skrótów, zapisuj słowa w pełnym brzmieniu.
8. Stwierdzenie niesamodzielności pracy, korzystanie z kalkulatora lub przeszkadzanie innym spowoduje wykluczenie z udziału w konkursie.

Życzymy Ci satysfakcji z uczestnictwa w konkursie i powodzenia!

Organizatorzy Konkursu

Kod ucznia

Karta odpowiedzi

Numer zadania	Liczba punktów za zadanie	Miejsce na odpowiedź					WYPEŁNIA KOMISJA
		A	B	C	D	E	Przyznane punkty
1.	2						
2.	2						
3.	2						
4.	2						
5.	2						
6.	2						
7.	2						
8.	3						
9.	3						
10.	3						
11.	3						
12.	3						
13.	3						
						Suma punktów za zadania zamknięte:	

Numer zadania	1. – 13.	14.	15.	16.	SUMA
Liczba punktów za zadanie	32	8	10	10	60
Uzyskane punkty					

Kody sprawdzających:

Informacje dla ucznia – zadania zamknięte

1. W zadaniach od **1.** do **7.** podane są 4 odpowiedzi: A, B, C, D. W zadaniach od **8.** do **13.** podanych jest 5 odpowiedzi: A, B, C, D, E. Wybierz **tylko jedną** odpowiedź i wpisz wyraźnie znak **X** w odpowiedniej kratce w tabeli na karcie odpowiedzi.
   Jeśli zaznaczysz błędną odpowiedź, otocz ją kółkiem i wpisz **X** w inną kratkę.
2. <u>Pamiętaj o wypełnieniu karty odpowiedzi!</u>
3. Ostatnie trzy strony tego arkusza są przeznaczone na brudnopis.

Zadanie 1. 2p

W klasie jest 12 dziewcząt i 8 chłopców. Na ile sposobów można wybrać przewodniczącego klasy i zastępcę przewodniczącego, jeżeli nie mogą być to osoby tej samej płci?

A. 8 **B.** 96 **C.** 192 **D.** 380

Zadanie 2. 2p

W celu otrzymania 6 kilogramów 6-procentowej solanki laborant zmieszał solankę 4-procentową i solankę 20-procentową. Ilu kilogramów solanki 20-procentowej użył, by otrzymać szukany roztwór?

A. 0,5 kg **B.** 0,64 kg **C.** 0,75 kg **D.** 1 kg

Zadanie 3. 2p

Ania i Bartek oszczędzają monety 2-złotowe i 5-złotowe, by wspólnie kupić pewną grę komputerową. Bartek ma 2 razy więcej monet 2-złotowych niż ma ich Ania i o 4 mniej monet 5-złotowych niż ma ich Ania. Łącznie mają 64 monety warte 212 złotych. Ile monet 2-złotowych ma Bartek?

A. 12 **B.** 16 **C.** 20 **D.** 24

Zadanie 4. 2p

Ile cyfr ma iloczyn otrzymany po wykonaniu działania $40^5 \cdot 50^8$?

A. 16 **B.** 18 **C.** 21 **D.** 22

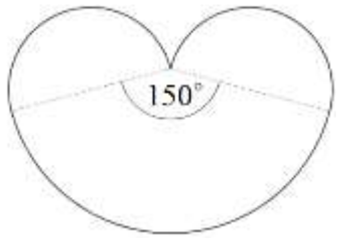
Zadanie 5. 2p

Ile jest liczb naturalnych 6-cyfrowych?

A. 899999 **B.** $9 \cdot 10^5$ **C.** 999999 **D.** 10^6

Zadanie 6. 2p

Marlena zaprojektowała logo szkolnego koła wolontariatu. Jak pokazano na rysunku obok, składają się na nie wycinek koła o kącie miary 150° oraz dwa półkola o średnicy równej promieniowi wycinka.
Ile wynosi pole powierzchni otrzymanego logo, jeżeli długość średnicy każdego z półkoli to 6 cm?



A. 5π cm^2 **B.** 11π cm^2 **C.** 15π cm^2 **D.** 24π cm^2

Zadanie 7. 2p

Który spośród podanych poniżej układów równań nie ma rozwiązań wśród liczb rzeczywistych?

A. $\begin{cases} x - y = 7 \\ 2x - 2y = 14 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = \sqrt{2^3 - \sqrt{64}} \\ y = -x \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x - y = 7 \\ 2x - 2y = -14 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -x \\ y = 2y \end{cases}$

Zadanie 8. 3p

Dany jest trójkąt prostokątny *ABC*, w którym kąt *ABC* ma miarę 60°. Dwusieczna kąta *ABC* przecina bok *AC* w punkcie *P*. Jaki jest stosunek pola trójkąta *ABP* do pola trójkąta *PBC*?

A. 1 : 1 **B.** $1 : \sqrt{2}$ **C.** 2 : 3 **D.** $1 : \sqrt{3}$ **E.** 1 : 2

Zadanie 9. 3p

Jaka jest objętość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego o wszystkich krawędziach długości $\sqrt{2}$ cm?

A. $\frac{2}{3}$ cm^3 **B.** 1 cm^3 **C.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ cm^3 **D.** 2 cm^3 **E.** $2\sqrt{2}$ cm^3

Zadanie 10. 3p

Uczeń rzuca dwiema różnymi sześciennymi kostkami do gry, których ściany ponumerowane są liczbami od 1 do 6, i mnoży wylosowane liczby oczek. Jakie jest prawdopodobieństwo, że otrzymany iloczyn jest kwadratem liczby naturalnej?

A. $\frac{1}{36}$ **B.** $\frac{1}{12}$ **C.** $\frac{1}{6}$ **D.** $\frac{2}{9}$ **E.** $\frac{1}{4}$

Zadanie 11. 3p

Jaka jest największa liczba całkowita taka, że zarówno ona, jak i liczba do niej przeciwna, spełniają nierówność $-2p^2 - \frac{21 + 4p}{4} \leq \frac{2}{3}p\left(2\frac{1}{4} - 3p\right)$?

A. 2 **B.** 3 **C.** 6 **D.** 10 **E.** Taka liczba nie istnieje.

Zadanie 12. 3p

Suma długości wszystkich krawędzi graniastosłupa prostego o podstawie będącej trójkątem prostokątnym równoramiennym wynosi $8 + 10\sqrt{2}$. Jaka jest objętość tego graniastosłupa, jeżeli wiadomo, że dokładnie jedna z jego ścian jest kwadratem?

A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ **B.** $4\sqrt{2}$ **C.** $8\sqrt{2}$ **D.** $12 + 8\sqrt{2}$ **E.** $32\sqrt{2}$

Zadanie 13. 3p

Na płaszczyźnie dane są trzy niewspółliniowe punkty *A, B* i *C*. Przeczytaj stwierdzenia podane poniżej.

I Wysokość trójkąta *ABC* wychodząca z wierzchołka *C* jest równoległa do symetralnej odcinka *AB*.

II Jeżeli *D* jest punktem przecięcia symetralnej odcinka *AB* i symetralnej odcinka *AC*, to długości odcinków *AD*, *BD* i *CD* są równe.

III Każdy punkt nieleżący na symetralnej odcinka *AB* jest albo bliżej punktu *A* niż punktu *B* albo bliżej punktu *B* niż punktu *A*.

Które z powyższych stwierdzeń są prawdziwe?

A. I, II i III **B.** Tylko I i II. **C.** Tylko I i III. **D.** Tylko I. **E.** Żadne.

Informacje dla ucznia – zadania otwarte

1. Rozwiązania i odpowiedzi do zadań otwartych od **14.** do **16.** zapisz czytelnie pod zadaniami w miejscu do tego przeznaczonym.
2. Wpisz swój kod ucznia w miejsca na górze stron 6, 8 i 10.
3. Pamiętaj o zapisaniu wszystkich obliczeń i odpowiedzi. Błędne obliczenia przekreślaj i zapisuj nowe.

Kod ucznia

Zadanie 14. 8p

W tym zadaniu wyrażenie „liczby p, q i r" należy rozumieć jako trzy kolejne liczby całkowite p, q i r, wśród których najmniejsza jest liczba p i jest ona liczbą parzystą.

a) **(3p)** Odpowiedz na pytania I, II i III. Wpisz odpowiedzi w miejsce wyznaczone pod pytaniami.

I Ile jest liczb trzycyfrowych, których cyfrą setek, cyfrą dziesiątek i cyfrą jedności są odpowiednio liczby p, q i r?

II Jaka jest najmniejsza wartość liczby p, dla której liczby p, q i r są złożone?

III Jaka jest najmniejsza liczba naturalna d, dla której istnieją takie liczby p, q i r, że każda z nich daje resztę różną od 0 przy dzieleniu przez d?

Odpowiedzi: I ………………………… **II** ………………………….. **III** ………………………….

b) **(2p)** Uzasadnij, dlaczego nie może istnieć trójkąt prostokątny, w którym liczby p, q i r są odpowiednio długościami jego boków.

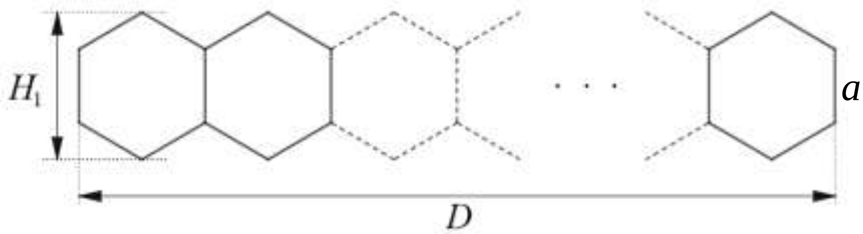
c) **(3p)** Znajdź takie liczby p, q i r, aby kwadrat liczby q był równy iloczynowi liczb p i r powiększonemu o liczbę q. Zapisz obliczenia.

Rozwiązanie:

Kod ucznia

Zadanie 15. 10p

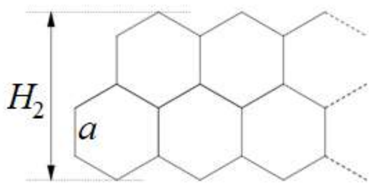
Dana jest figura F złożona z n przystających sześciokątów foremnych o boku długości a. Tylko dwa wierzchołki i łączący je bok są wspólne dla dwóch sąsiadujących sześciokątów, jak pokazano na rysunku poniżej (patrz rys. 1).



(rys. 1)

a) **(2p)** Jakim wyrażeniem algebraicznym można zapisać długość D zaznaczoną na rysunku powyżej? Odpowiedź podaj w zależności od liczby sześciokątów n i długości boku a.
b) **(1p)** Jakim wyrażeniem algebraicznym można zapisać długość H_1 zaznaczoną na rysunku powyżej? Odpowiedź podaj w zależności od długości boku a.

Rozważmy teraz dwie przystające figury F ułożone jedna nad drugą w sposób pokazany na rysunku obok (patrz rys. 2). Sześciokąty przylegają do siebie i na siebie nie zachodzą.



(rys. 2)

c) **(2p)** Wykaż, że długość H_2, zaznaczona na rysunku obok, jest o $1{,}5a$ dłuższa od długości H_1.

d) **(5p)** Zakład produkuje ołówki w kształcie graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego o krawędzi podstawy długości 4 mm i wysokości 200 mm. Ołówki pakowane są do prostopadłościennych pudełek o wymiarach wewnętrznych 70 mm × 70 mm × 205 mm. Zapakowane ołówki przylegają do siebie tak, by ich podstawy tworzyły układ, jak powyżej na rysunku 2. Jaka jest największa liczba ołówków, które zmieszczą się do takiego opakowania? Zapisz obliczenia. W obliczeniach przyjmij $\sqrt{3} \approx 1{,}7$.

Rozwiązanie:

Kod ucznia

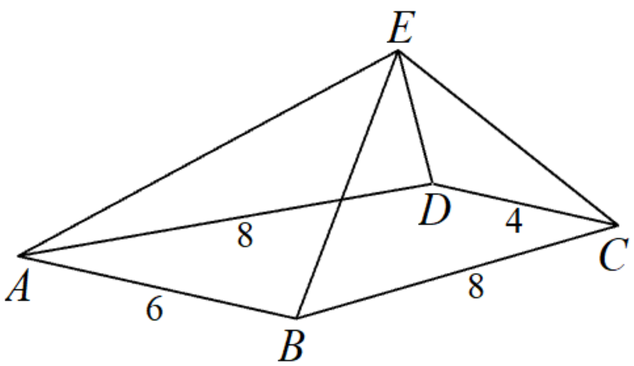
Zadanie 16. 10p

Wzór Herona pozwala obliczyć pole powierzchni P_Δ trójkąta o bokach długości a, b oraz c. Niech p oznacza połowę obwodu trójkąta. Wtedy

$$P_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

a) **(2p)** Użyj wzoru Herona, by obliczyć pole trójkąta o bokach długości 5, 7 i 8. Zapisz obliczenia.

b) **(5p)** Dany jest ostrosłup czworokątny *ABCDE*, pokazany na rysunku poniżej. Podstawę stanowi trapez równoramienny *ABCD*, w którym $AB \parallel CD$, $|AB| = 6$, $|CD| = 4$, $|BC| = |AD| = 8$. Ściana *ABE* oraz ściana *CDE* to trójkąty równoboczne. Oblicz pole powierzchni całkowitej ostrosłupa *ABCDE*. Zapisz obliczenia.



c) **(3p)** Zapisz wyrażenie algebraiczne opisujące długość boku trójkąta równobocznego o obwodzie równym $2p$. Następnie wyznacz wzór na pole trójkąta równobocznego o obwodzie równym $2p$.

Rozwiązanie:

BRUDNOPIS

Pamiętaj! Wszelkie zapisy obliczeń i rozwiązań na tej stronie nie podlegają ocenie.

BRUDNOPIS

Pamiętaj! Wszelkie zapisy obliczeń i rozwiązań na tej stronie nie podlegają ocenie.

BRUDNOPIS

Pamiętaj! Wszelkie zapisy obliczeń i rozwiązań na tej stronie nie podlegają ocenie.