



**MAŁOPOLSKI KONKURS MATEMATYCZNY**  
**dla uczniów gimnazjów**  
**Rok szkolny 2015/2016**  
**ETAP REJONOWY - 17 grudnia 2015 roku**

1. Przed Tobą zestaw 14 zadań konkursowych.
2. Na ich rozwiązanie masz **90** minut. Piętnaście minut przed upływem tego czasu zostaniesz o tym poinformowany przez członka Komisji Konkursowej.
3. Za bezbłędne rozwiązanie wszystkich zadań możesz uzyskać **31** punktów. W każdym zadaniu zamkniętym spośród 5 proponowanych odpowiedzi tylko jedna jest poprawna.
4. Za poprawne rozwiązanie każdego z zadań od 1. do 4. otrzymasz **1** punkt. Za poprawne rozwiązanie każdego z zadań od 5. do 10. otrzymasz po **2** punkty.
5. Odpowiedzi do zadań zaznacz symbolem **X** w tabeli odpowiedzi, która znajduje się na 3 stronie arkusza. Oceniane będą tylko odpowiedzi zaznaczone w tabeli. Jeśli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz symbolem **X** inną odpowiedź. Brak wyboru odpowiedzi będzie traktowany jako błędna odpowiedź.
6. W zadaniach 11.-14. przedstaw pełne rozwiązania, każde na oddzielnej kartce, pamiętając o wszystkich obliczeniach, potrzebnych uzasadnieniach i odpowiedziach (w czystopisie).
7. Pisz długopisem lub piórem, nie używaj korektora. Jedną kartkę z tych, które otrzymasz, możesz poświęcić na brudnopis. Brudnopis nie podlega ocenie.
8. Podczas pracy nie możesz korzystać z kalkulatora.
9. Przekaż wyłączony telefon komórkowy Komisji (jeśli go posiadasz).
10. Stwierdzenie niesamodzielności pracy lub przeszkadzanie innym spowodują wykluczenie Ciebie z udziału w Konkursie.

**Życzymy Ci powodzenia**

**Zadanie 1. (1 pkt)**

Liczba zer w liczbie  $4^{13} \cdot 125^9$ , zapisanej w systemie pozycyjnym dziesiętnym, wynosi:

- A. 18                      B. 20                      C. 22                      D. 24                      E. 26

**Zadanie 2. (1 pkt)**

Suma liczb: liczby ścian, liczby krawędzi i liczby wierzchołków pewnego ostrosłupa wynosi 130. Stąd można wyciągnąć wniosek, że liczba krawędzi tego ostrosłupa jest równa:

- A. 60                      B. 62                      C. 64                      D. 66                      E. 68

**Zadanie 3. (1 pkt)**

Hermetyczne naczynie w kształcie prostopadłościanu o krawędziach długości 8 dm, 12 dm i 18 dm jest wypełnione częściowo wodą. Gdy naczynie stoi na ścianie o najmniejszej powierzchni, to woda sięga  $\frac{1}{4}$  wysokości naczynia. Gdy je postawimy na ścianie o największej powierzchni, poziom wody osiągnie wysokość:

- A. 20 cm                      B. 25 cm                      C. 30 cm                      D. 35 cm                      E. 45 cm

**Zadanie 4. (1 pkt)**

Pewien wielokąt  $W$  ma środek symetrii. Które ze zdań jest fałszywe?

- A. Liczba boków wielokąta  $W$  jest parzysta.
- B. Wielokąt  $W$  jest trójkątem równobocznym.
- C. Niektóre przekątne wielokąta mają wspólny środek.
- D. Boki wielokąta  $W$  są parami równe i równoległe.
- E. Liczba wierzchołków wielokąta  $W$  jest parzysta.

**Zadanie 5. (2 pkt)**

Funkcja  $f$  przypisuje liczbie naturalnej  $n$ , spełniającej warunek  $4 < n < 40$ , resztę z dzielenia przez 8 liczby o 3 mniejszej od  $n$ . Funkcja ta przyjmuje wartość 5:

- A. dla dwóch argumentów
- B. dla trzech argumentów
- C. dla czterech argumentów
- D. dla pięciu argumentów
- E. dla sześciu argumentów

**Zadanie 6. (2 pkt)**

Dany jest trójkąt  $ABC$ , w którym  $|AC| = 6\sqrt{2}$ ,  $|BC| = 12$ , Wysokość  $CD$  opuszczona na bok  $AB$  ma długość 6. Miara kąta  $ACB$  wynosi:

- A.  $90^\circ$                       B.  $95^\circ$                       C.  $100^\circ$                       D.  $105^\circ$                       E.  $110^\circ$

**Zadanie 7. (2 pkt)**

Dane są liczby  $a = (\sqrt{5})^{48}$ ,  $b = 2^{60}$ ,  $c = (4 - (-2)^0)^{36}$ . Liczby  $a, b, c$  ustawiono malejąco to:

- A.**  $a, b, c$       **B.**  $b, c, a$       **C.**  $c, a, b$       **D.**  $a, c, b$       **E.**  $c, b, a$

**Zadanie 8. (2 pkt)**

Wartość wyrażenia  $|5 - 3\sqrt[3]{3}| - |\sqrt[3]{-3} - 1|$  jest równa:

- A.**  $4 - 4\sqrt[3]{3}$       **D.**  $-6 + 2\sqrt[3]{3}$   
**B.**  $6 - 2\sqrt[3]{3}$       **E.**  $-4 + 2\sqrt[3]{3}$   
**C.**  $4 - 2\sqrt[3]{3}$

**Zadanie 9. (2 pkt)**

Dane są kwadrat  $A$  o boku długości  $a$  i koło  $B$  o promieniu długości  $r$ . Na kwadracie  $A$  opisano koło  $C$ , a na kole  $B$  opisano kwadrat  $D$ . Pola figur  $A$  i  $B$  są równe. Różnica pola figury  $C$  i pola figury  $D$  jest równa:

- A.** 0      **B.**  $\frac{\pi^2 - 4}{2} \cdot r^2$       **C.**  $\frac{\pi^2 r^2 - 8}{2}$       **D.**  $\frac{\pi r^2 - 2r^2}{2}$       **E.**  $\frac{\pi^2 - 8}{2} \cdot r^2$

**Zadanie 10. (2 pkt)**

Na prostej zawierającej wysokość  $CD$  trójkąta równobocznego  $ABC$  wybrano na zewnątrz trójkąta punkty  $E$  i  $F$  takie, że  $|AD| = |DE|$  oraz  $|CF| = |BC|$  i odcinek  $CF$  nie zawiera wysokości  $CD$ . Miara kąta  $EAF$  wynosi:

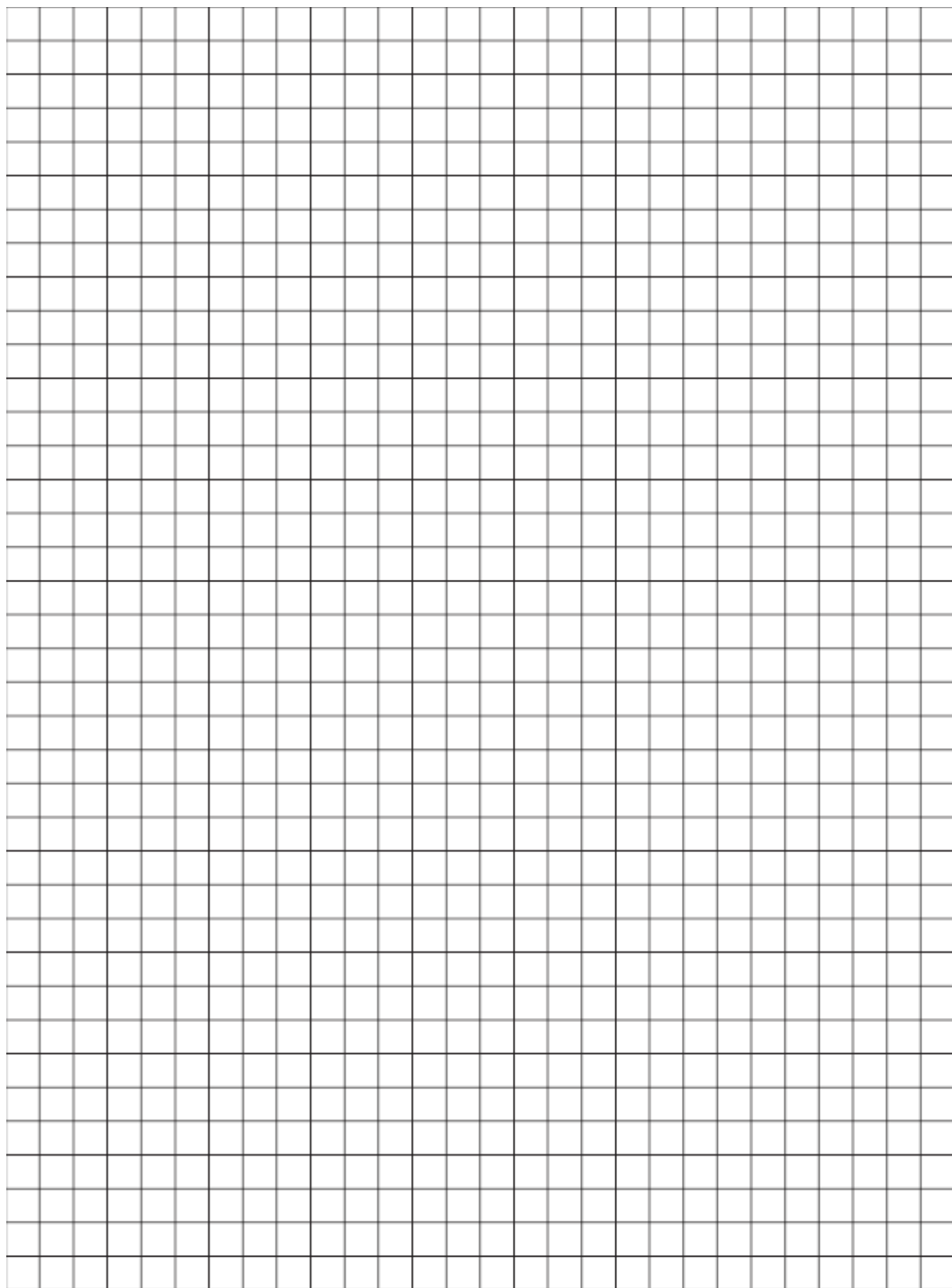
- A.**  $75^\circ$       **B.**  $90^\circ$       **C.**  $105^\circ$       **D.**  $120^\circ$       **E.**  $135^\circ$

**TABELA ODPOWIEDZI**

<b>Zad.1</b>	<b>A.</b>	<b>B.</b>	<b>C.</b>	<b>D.</b>	<b>E.</b>
<b>Zad.2</b>	<b>A.</b>	<b>B.</b>	<b>C.</b>	<b>D.</b>	<b>E.</b>
<b>Zad.3</b>	<b>A.</b>	<b>B.</b>	<b>C.</b>	<b>D.</b>	<b>E.</b>
<b>Zad.4</b>	<b>A.</b>	<b>B.</b>	<b>C.</b>	<b>D.</b>	<b>E.</b>
<b>Zad.5</b>	<b>A.</b>	<b>B.</b>	<b>C.</b>	<b>D.</b>	<b>E.</b>
<b>Zad.6</b>	<b>A.</b>	<b>B.</b>	<b>C.</b>	<b>D.</b>	<b>E.</b>
<b>Zad.7</b>	<b>A.</b>	<b>B.</b>	<b>C.</b>	<b>D.</b>	<b>E.</b>
<b>Zad.8</b>	<b>A.</b>	<b>B.</b>	<b>C.</b>	<b>D.</b>	<b>E.</b>
<b>Zad.9</b>	<b>A.</b>	<b>B.</b>	<b>C.</b>	<b>D.</b>	<b>E.</b>
<b>Zad.10</b>	<b>A.</b>	<b>B.</b>	<b>C.</b>	<b>D.</b>	<b>E.</b>

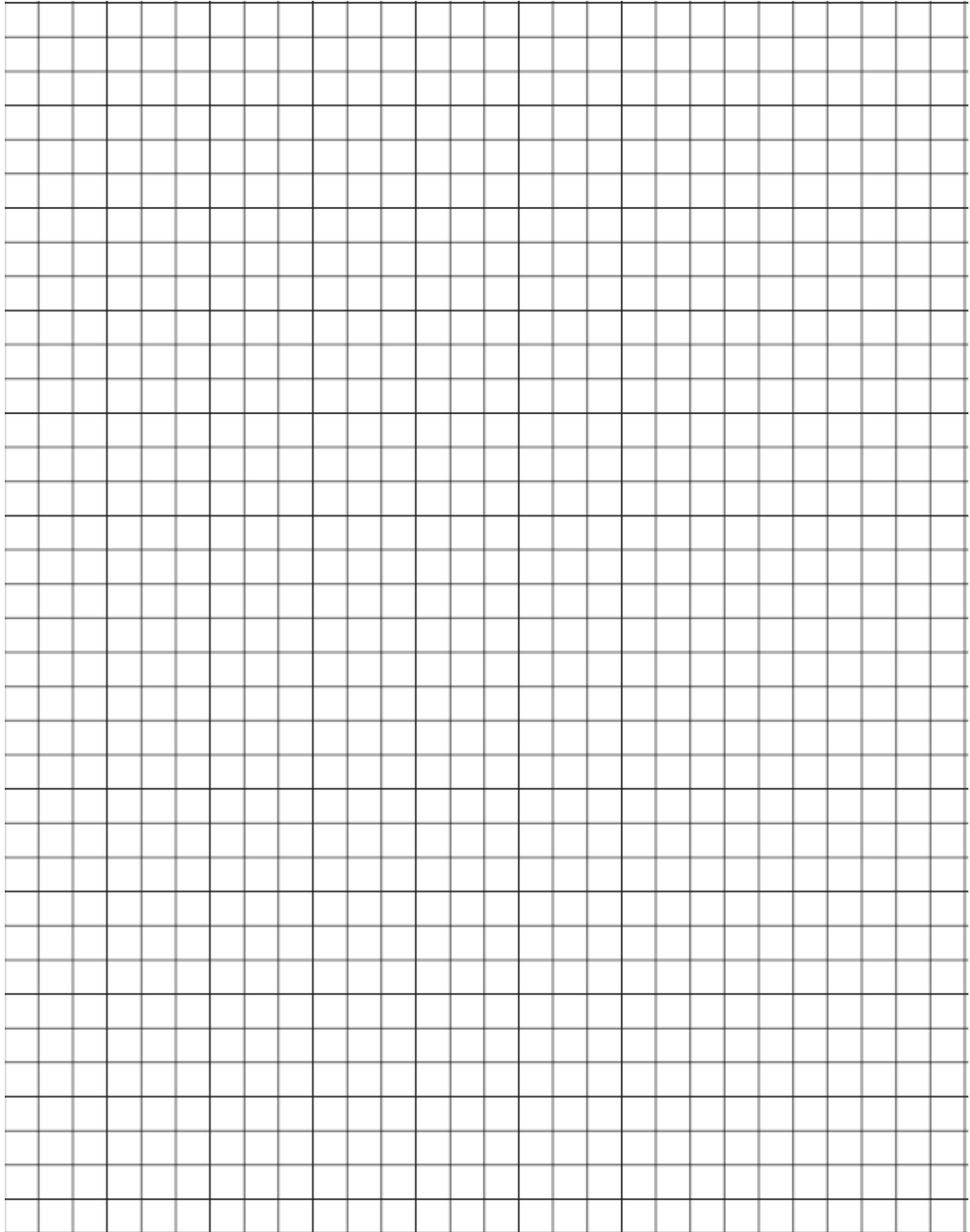
**Zadanie 11.** (2 pkt.)

Wykaż, że liczba  $2^{34} + 2^{31} + 2^{30}$  jest podzielna przez 38.



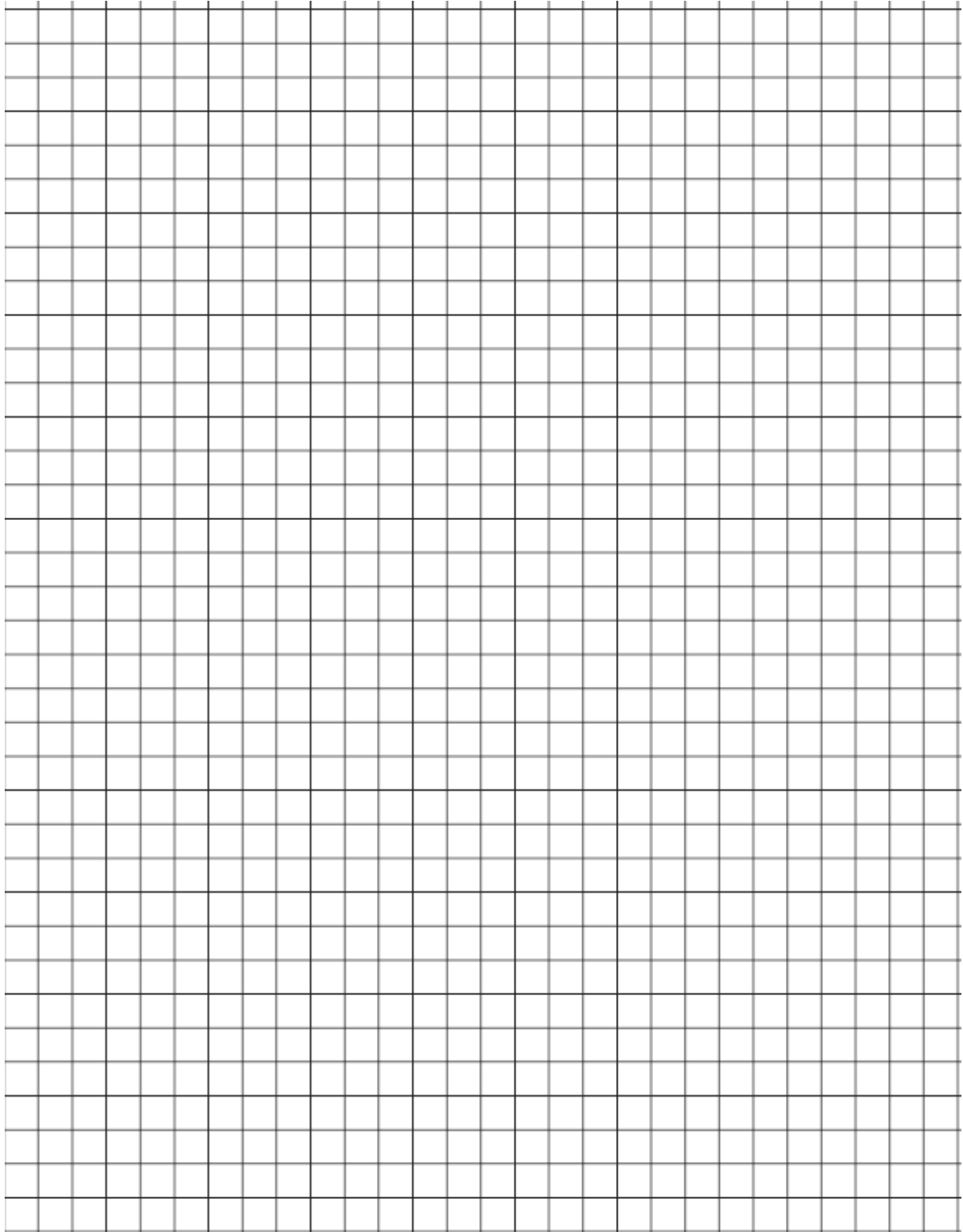
**Zadanie 12.** (4 pkt)

Dzieląc liczbę naturalną przez 25 otrzymujemy iloraz (nazywany też czasem ilorazem częściowym) i resztę. Przyjmij, że reszta z dzielenia liczby trzycyfrowej  $n$  przez 25 jest równa ilorazowi. Wyznacz największą i najmniejszą liczbę trzycyfrową  $n$  o tej własności. Ile jest liczb trzycyfrowych o tej własności?



**Zadanie 13.** (4 pkt.)

Dwunastu robotników miało wykonać pewną pracę w ciągu 15 dni. Po trzech dniach zatrudniono dodatkowo 4 robotników. O ile dni skróci się czas wykonania tej pracy (zakładamy stałą i równą wydajność pracy wszystkich zatrudnionych).

A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for the student to show their calculations for the problem.

**Zadanie 14.** (5 pkt)

Krótsza przekątna graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość 13 cm. Krawędź podstawy tego graniastosłupa ma długość  $\frac{5\sqrt{3}}{3}$  cm. Oblicz objętość i pole powierzchni tego graniastosłupa.

