



MAŁOPOLSKI KONKURS MATEMATYCZNY
dla uczniów dotychczasowych gimnazjów
i klas dotychczasowych gimnazjów
prowadzonych w szkołach innego typu
województwa małopolskiego
Rok szkolny 2018/2019
ETAP SZKOLNY — 25 października 2018 roku

1. Przed Tobą zestaw **20** zadań konkursowych.
2. Na ich rozwiązanie masz **90** minut. Dziesięć minut przed upływem tego czasu zostaniesz o tym poinformowany przez członka Komisji Konkursowej.
3. Za bezbłędne rozwiązanie wszystkich zadań możesz uzyskać **50** punktów. W każdym zadaniu zamkniętym spośród 5 proponowanych odpowiedzi tylko jedna jest poprawna.
4. Za poprawne rozwiązanie każdego z zadań od **1** do **10** otrzymasz **2** punkty. Za poprawne rozwiązanie każdego z zadań od **11** do **20** otrzymasz **3** punkty.
5. Odpowiedzi do zadań zaznacz symbolem \times w tabeli odpowiedzi, która znajduje się na kolejnej stronie. Tylko odpowiedzi zaznaczone w tabeli będą oceniane. Jeśli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz symbolem \times inną odpowiedź. Brak wyboru odpowiedzi będzie traktowany jako błędna odpowiedź.
6. Pisz długopisem lub piórem, nie używaj korektora. Możesz użyć dodatkowych czystych kartek jako brudnopisu. Brudnopis nie podlega ocenie.
7. Podczas pracy nie możesz korzystać z kalkulatora i żadnych innych dodatkowych pomocy, z wyjątkiem podstawowych przyborów geometrycznych.
8. Przekaż wyłączony telefon komórkowy Komisji (jeśli go posiadasz).
9. Stwierdzenie niesamodzielności pracy lub przeszkadzanie innym spowoduje wykluczenie z udziału w Konkursie.

Powodzenia!

kod ucznia

TABELA ODPOWIEDZI

zadanie	A	B	C	D	E
1	A	B	C	D	E
2	A	B	C	D	E
3	A	B	C	D	E
4	A	B	C	D	E
5	A	B	C	D	E
6	A	B	C	D	E
7	A	B	C	D	E
8	A	B	C	D	E
9	A	B	C	D	E
10	A	B	C	D	E
11	A	B	C	D	E
12	A	B	C	D	E
13	A	B	C	D	E
14	A	B	C	D	E
15	A	B	C	D	E
16	A	B	C	D	E
17	A	B	C	D	E
18	A	B	C	D	E
19	A	B	C	D	E
20	A	B	C	D	E

Zadanie 1 (2 punkty)

Ile jest liczb całkowitych dodatnich, które są równe sześciannowi jednej ze swoich cyfr w zapisie dziesiętnym?

- A. 1; B. 2; C. 3; D. 4; E. 5.

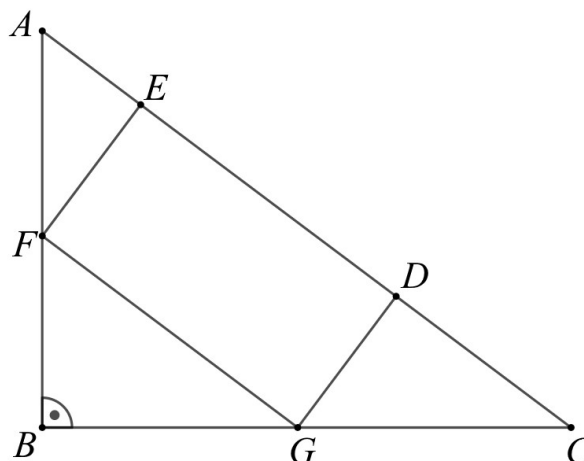
Zadanie 2 (2 punkty)

W pewnym kraju do ceny netto towaru dolicza się 25% podatku VAT. O ile procent zmniejszy się cena brutto, jeśli cena netto nie zmieni się, ale podatek VAT będzie wynosić 20%?

- A. 5%; B. 22,5%; C. 4%; D. 20%; E. $6\frac{1}{4}\%$.

Zadanie 3 (2 punkty)

Dany jest trójkąt prostokątny ABC , w którym przyprostokątne AB i BC mają odpowiednio długości 30 i 40. W trójkąt wpisano prostokąt $DEFG$, przy czym punkty D, E leżą na boku CA , F leży na boku AB , zaś G na boku BC (rysunek). Wiadomo, że $DE = 25$. Obwód prostokąta $DEFG$ jest równy



- A. 75; B. 80; C. 72; D. 74; E. 60.

Zadanie 4 (2 punkty)

Iloczyn dwóch liczb całkowitych dodatnich wynosi 2000, przy czym żadna z tych liczb nie jest podzielna przez 10. Suma tych liczb jest równa

- A. 258; B. 1002; C. 157; D. 141; E. 133.

Zadanie 5 (2 punkty)

Wartość wyrażenia $1 + 3^2 \left((1 + 3^2)^{10} + (1 + 3^2)^9 + (1 + 3^2)^8 + \dots + (1 + 3^2)^1 + (1 + 3^2)^0 \right)$ wynosi

- A. 99 999 999 999; B. 10^{11} ; C. 11 111 111 111; D. $100 + 9^{10} + 9^9 + \dots + 9^1 + 9^0$; E. 111 111 111 110.

Zadanie 6 (2 punkty)

W pewnej liczbie pięciocyfrowej każda kolejna cyfra w zapisie dziesiętnym począwszy od cyfry tysięcy a skończywszy na cyfrze jedności jest większa od poprzedniej (jako pierwszą cyfrę rozumiemy cyfrę najbardziej z lewej strony dziesiętnego zapisu liczby), a suma cyfr wynosi 18. Ile różnych liczb o takich własnościach można utworzyć?

- A. 0; B. 1; C. 2; D. 3; E. 4.

Zadanie 7 (2 punkty)

Suma liczby boków i liczby przekątnych pewnego wielokąta foremnego wynosi 231. Ile przekątnych ma ten wielokąt?

- A. 220; B. 210; C. 198; D. 440; E. 209.

Zadanie 8 (2 punkty)

Środek O okręgu o promieniu 13 jest jednym z wierzchołków trójkąta ABO o obwodzie 50, którego pozostałe wierzchołki A i B leżą na tym okręgu. Pole trójkąta ABO jest równe

- A. 60; B. 65; C. 50; D. 78; E. 84,5.

Zadanie 9 (2 punkty)

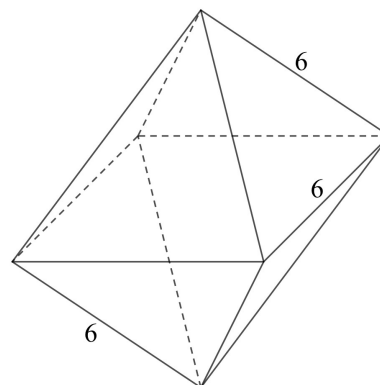
Spośród cyfr 1, 2, 3, 4 wybieramy trzy różne i układamy z nich liczbę trzycyfrową. Ile spośród uzyskanych w ten sposób liczb jest podzielnych przez 6?

- A. 2; B. 6; C. 24; D. 4; E. 12.

Zadanie 10 (2 punkty)

W pewnym ostrosłupie prawidłowym czworokątnym wszystkie krawędzie mają długość 6. Sklejono podstawami dwa takie ostrosłupy uzyskując bryłę zwaną ośmiościanem foremnym (rysunek). Jaką objętość ma ten ośmiościan?

- A. $96\sqrt{2}$; B. $432\sqrt{2}$; C. $144\sqrt{2}$; D. $72\sqrt{2}$; E. $216\sqrt{2}$.

**Zadanie 11** (3 punkty)

Liczba A jest największą liczbą pięciocyfrową, w której każda cyfra począwszy od trzeciej jest sumą dwóch cyfr poprzednich (jako pierwszą uznajemy cyfrę najbardziej z lewej strony w dziesiętnym zapisie liczby, każda kolejna cyfra stoi na prawo od poprzedniej). Liczba B jest największą liczbą pięciocyfrową, w której każda cyfra począwszy od trzeciej jest iloczynem dwóch cyfr poprzednich. Suma liczb A i B jest równa

- A. 71 787; B. 52 696; C. 61 672; D. 62 798; E. 130 448.

Zadanie 12 (3 punkty)

Dane są liczby $x = \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$, $y = 3 - 2\sqrt{2}$, $z = \frac{1}{5}$.

Prawdą jest, że

- A. $z \leq y \leq x$; B. $x \leq z \leq y$; C. $y \leq z \leq x$; D. $z \leq x \leq y$; E. $x \leq y \leq z$.

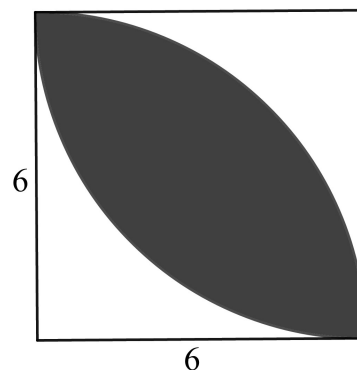
Zadanie 13 (3 punkty)

W trójkącie ostrokątnym ABC kąt ABC ma miarę 60° , $AB = 8$ oraz $CA = 7$. Obwód tego trójkąta jest równy

- A. $15 + 4\sqrt{3} + \sqrt{33}$; B. 20; C. $19 - \sqrt{2}$;
D. 18; E. $18 + 4\sqrt{3} - \sqrt{33}$.

Zadanie 14 (3 punkty)

Dwa przeciwległe wierzchołki kwadratu o boku 6 są środkami okręgów o promieniu 6. Łuki tych okręgów zawarte we wnętrzu kwadratu ograniczają zaciemnioną figurę (rysunek). Pole tej figury jest równe



- A. 6π ; B. $12\pi - 36$;
C. $6(\pi - \sqrt{2})$; D. 9π ;
E. $18(\pi - 2)$.

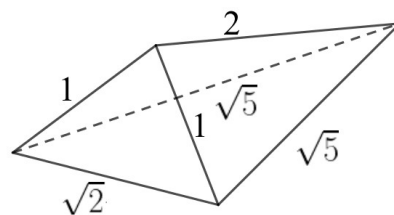
Zadanie 15 (3 punkty)

Dany jest trójkąt ABC , w którym $AB = BC = 5$. Okrąg, którego średnicą jest odcinek AB , przecina bok BC w punkcie D takim, że $BD = 3$. Pole trójkąta ABC jest równe

- A. 6; B. $\frac{5\sqrt{41}}{2}$; C. $\frac{5\sqrt{21}}{2}$; D. $2\sqrt{21}$; E. 10.

Zadanie 16 (3 punkty)

Trójkąty o bokach $(1; 1; \sqrt{2})$, $(1; 2; \sqrt{5})$, $(1; 2; \sqrt{5})$ i $(\sqrt{2}; \sqrt{5}; \sqrt{5})$ są ścianami ostrosłupa trójkątnego (rysunek). Jaką objętość ma ten ostrosłup?



- A. $\frac{2}{3}$; B. $\frac{1}{3}$; C. $\frac{\sqrt{10}}{6}$; D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$; E. $\frac{2\sqrt{5} + \sqrt{2}}{6}$.

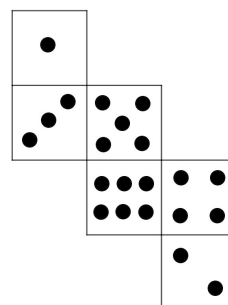
Zadanie 17 (3 punkty)

Za trzy lata ciocia Jacka będzie miała 6 razy tyle lat, ile Jacek miał rok temu. Gdy Jacek będzie mieć dwa razy więcej lat niż obecnie, razem z ciocią będą mieć 90 lat. Ile lat ma teraz ciocia?

- A. 57; B. 59; C. 60; D. 65; E. 76.

Zadanie 18 (3 punkty)

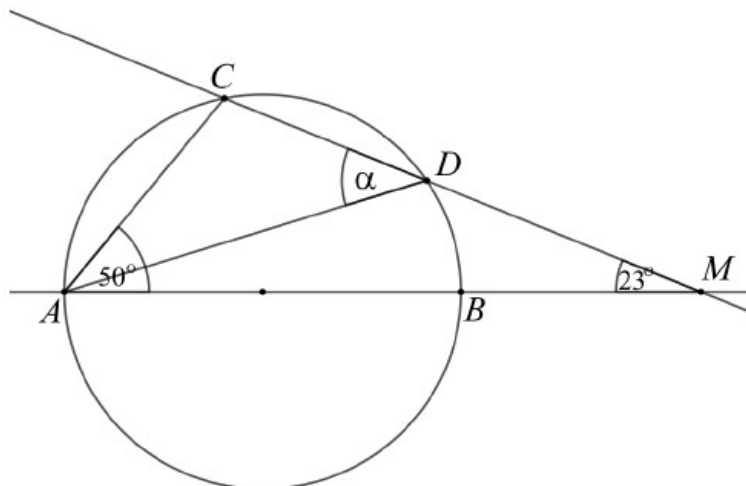
Rysunek przedstawia siatkę pewnej kości sześcienniej. Z 27 takich kości zbudowano większy sześcian. Jaka jest największa możliwa suma liczby oczek widocznych na powierzchni dużego sześcianu?



- A. 220; B. 288; C. 264;
D. 216; E. 276.

Zadanie 19 (3 punkty)

Przedłużenia średnicy AB oraz cięciwy CD pewnego okręgu przecinają się w punkcie M (rysunek), przy czym kąty CMA i MAC mają odpowiednio miary 23° oraz 50° . Jaką miarę ma kąt CDA ?



- A. 57° ; B. 46° ;
C. 40° ; D. 50° ;
E. 43° .

Zadanie 20 (3 punkty)

Długości wszystkich boków trójkąta są liczbami naturalnymi. Obwód trójkąta wynosi 2018, a jeden z jego boków ma długość 5. Ile różnych trójkątów o takiej własności istnieje? Trójkąty uznajemy za różne, jeśli nie są figurami przystającymi.

- A. mniej niż 5; B. więcej niż 4, mniej niż 10;
C. więcej niż 9, mniej niż 100; D. więcej niż 99, mniej niż 1000;
E. więcej niż 999.