MAŁOPOLSKI KONKURS MATEMATYCZNY

dla uczniów gimnazjów

Rok szkolny 2014/2015

ETAP WOJEWÓDZKI – 16marca 2015 roku

1. Przed Tobą zestaw 15 zadań konkursowych.
2. Na ich rozwiązanie masz **120** minut. Piętnaście minut przed upływem tego czasu zostaniesz o tym poinformowany przez członka Komisji Konkursowej.
3. Za bezbłędne rozwiązanie wszystkich zadań możesz uzyskać **36** punktów. W każdym zadaniu zamkniętym spośród 5 proponowanych odpowiedzi tylko jedna jest poprawna.
4. Za poprawne rozwiązanie każdego z zadań od 1 do 4 otrzymasz **1** punkt. Za poprawne rozwiązanie każdego z zadań od 5 do 10 otrzymasz po **2** punkty.
5. Odpowiedzi do zadań zaznacz symbolem **X** w tabeli odpowiedzi, która znajduje się na końcu arkusza. Tylko odpowiedzi zaznaczone w tabeli będą oceniane. Jeśli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz symbolem **X** inną odpowiedź. Brak wyboru odpowiedzi będzie traktowany jako błędna odpowiedź.
6. W zadaniach 11.–15. przedstaw pełne rozwiązania, każde na oddzielnej kartce, pamiętając o wszystkich obliczeniach, <u>potrzebnych uzasadnieniach</u> i odpowiedziach (w czystopisie)
7. Pisz długopisem lub piórem, nie używaj korektora. Jedną kartkę z tych, które otrzymasz, możesz poświęcić na brudnopis. <u>Brudnopis nie podlega ocenie</u>.
8. Podczas pracy nie możesz korzystać z kalkulatora.
9. Przekaż wyłączony telefon komórkowy Komisji (jeśli go posiadasz).
10. <u>Stwierdzenie niesamodzielności pracy lub przeszkadzanie innym, spowoduje wykluczenie Ciebie z udziału w Konkursie.</u>

Życzymy Ci powodzenia

Zadanie 1. *(1 pkt)*

Cenę towaru podniesiono najpierw o 30%, a po pewnym czasie tę nową cenę obniżono o 15%. W wyniku obu zmian początkowa cena wzrosła o:

A. 15 % **B.** 13 % **C.** 12,5 % **D.** 10,5 % **E.** 10 %

Zadanie 2. *(1 pkt)*

Przekątna przekroju osiowego walca ma długość $4\sqrt{6}$ i jest nachylona do płaszczyzny podstawy walca pod kątem 45°. Pole powierzchni bocznej tego walca jest równe:

A. $16\sqrt{3}\,\pi$ **B.** $16\sqrt{6}\,\pi$ **C.** $48\sqrt{3}\,\pi$ **D.** 48π **E.** 96π

Zadanie 3. *(1 pkt)*

W trójkącie ostrokątnym równoramiennym ABC, gdzie $|AC| = |BC|$ wysokość opuszczona na ramię ma długość 12 cm. Na podstawie *AB* wybrano punkt *P*, którego odległość od ramienia *AC* wynosi 7 cm. Odległość punktu *P* od ramienia *BC* jest równa:

A. 5 cm **B.** 6 cm **C.** 7 cm **D.** 4,5 cm **E.** 6,5 cm

Zadanie 4. *(1 pkt)*

Pole powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest cztery razy większe od pola jego podstawy. W tym ostrosłupie stosunek długości wysokości ściany bocznej do długości krawędzi podstawy jest równy:

A. 1 : 3 **B.** 1 : 2 **C.** 2 : 3 **D.** 2 : 1 **E.** 3 : 1

Zadanie 5. *(2 pkt.)*

Wartość potęgi $\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}}\right)^{24}$ jest równa

A. 25^2 **B.** $\left(\sqrt{25}\right)^3$ **C.** $\left(\sqrt[3]{25}\right)^9$ **D.** $\left(5^0\right)^4$ **E.** $\left(\sqrt{125}\right)^3$

Zadanie 6. *(2 pkt)*

Samochód pokonał połowę trasy ze średnią prędkością $60\,\frac{km}{h}$, kolejny odcinek — stanowiący trzecią część trasy — ze średnią prędkością $80\,\frac{km}{h}$, a pozostałą część trasy — ze średnią prędkością $20\,\frac{km}{h}$. Średnia prędkość samochodu na całej trasie wynosiła

A. $53\frac{1}{3}\,\frac{km}{h}$ **B.** $64\,\frac{km}{h}$ **C.** $48\,\frac{km}{h}$ **D.** $52\,\frac{km}{h}$ **E.** $56\,\frac{km}{h}$

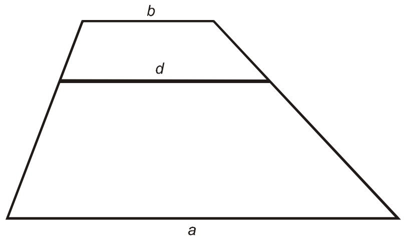
Zadanie 7. *(2 pkt)*

Ramię trójkąta równoramiennego ma długość 6, a kąt przy podstawie ma miarę $67{,}5^{o}$. Pole tego trójkąta jest równe:

A. 9 **B.** 18 **C.** $9\sqrt{2}$ **D.** $18\sqrt{2}$ **E.** $6\sqrt{8}$

Zadanie 8. *(2 pkt)*

W trapezie o podstawach długości *a* i *b*, gdzie $a > b$ narysowano prostą równoległą do podstaw, która podzieliła jedno z jego ramion, licząc od krótszej podstawy, w stosunku 2 : 3. Długość odcinka *d* zawartego w tej prostej, o końcach należących do ramion trapezu (zaznaczonego na rysunku) jest równa



A. $\frac{2}{5}a+\frac{2}{5}b$ **B.** $\frac{1}{3}a+\frac{2}{3}b$ **C.** $\frac{2}{5}b+\frac{3}{5}a$ **D.** $\frac{2}{3}a+\frac{1}{3}b$ **E.** $\frac{2}{5}a+\frac{3}{5}b$

Zadanie 9. *(2 pkt)*

Punkt $A=(-4,2)$ należy do wykresu funkcji $f(x)=(3m-5)x+m+4$. Stąd wynika, że

A. $m=4$ **B.** $m=2$ **C.** $m=\frac{1}{2}$ **D.** $m=-1$ **E.** $m=-2$

Zadanie 10. *(2 pkt)*

W trójkącie równobocznym każdy z boków długości 12 podzielono na trzy równe części. Do każdej ze środkowych części doklejono trójkąt równoboczny (jak na rysunku). Podobnie postąpiono z każdym z boków figury II i otrzymano w ten sposób figurę III. Pole figury III wynosi

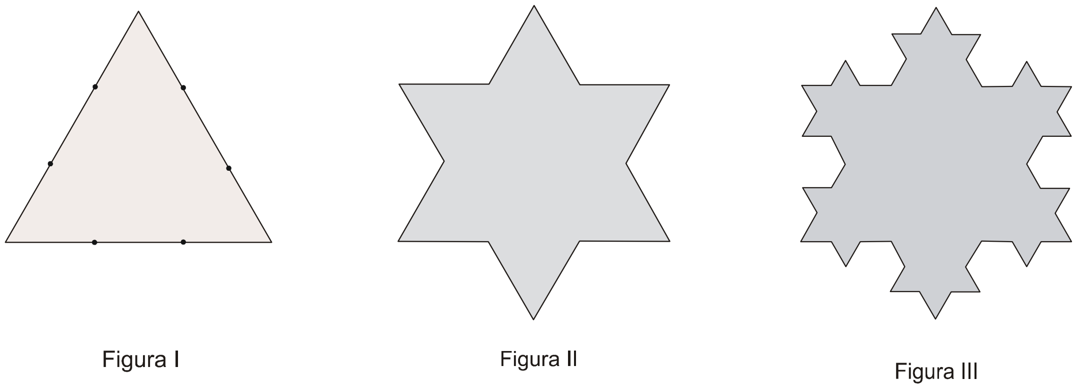


Figura I Figura II Figura III

A. $54\sqrt{3}$ **B.** $64\sqrt{3}$ **C.** $72\sqrt{3}$ **D.** $\frac{190\sqrt{3}}{3}$ **E.** $\frac{160\sqrt{3}}{3}$

Zadanie 11. (3 *pkt.*)

Rozwiąż układ równań $\begin{cases} 2x - y = 11 \\ 4x^2 - y^2 = 187 \end{cases}$

Zadanie 12. *(3 pkt)*

Wykaż, że $8^{35} < 17^{27}$

Zadanie 13. *(4 pkt)*

W świeżych grzybach woda stanowi 95 % ich masy. Zawartość wody w suszonych grzybach wynosi 5 % ich masy. Ile trzeba uzbierać świeżych grzybów, aby otrzymać 4 kg suszonych grzybów?

Zadanie 14. *(5 pkt.)*

W trójkącie prostokątnym wysokość poprowadzona z wierzchołka kąta prostego dzieli przeciwprostokątną w stosunku 1 : 3. Wyznacz miary kątów ostrych tego trójkąta.

Zadanie 15. *(5 pkt.)*

Dane są dwa okręgi styczne zewnętrznie oraz styczna do tych okręgów, jak na rysunku. Oblicz pole i obwód czworokąta *ABCD* jeżeli $|CD| = 12$, $|\angle BAD| = 60°$.

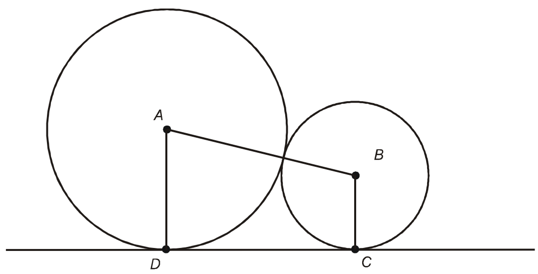


TABELA ODPOWIEDZI

Zad.1	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.2	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.3	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.4	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.5	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.6	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.7	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.8	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.9	A.	B.	C.	D.	E.
Zad.10	A.	B.	C.	D.	E.