KURATORIUM OŚWIATY W KRAKOWIE

Miejsce
na naklejkę
z kodem ucznia

MAŁOPOLSKI KONKURS MATEMATYCZNY
dla uczniów dotychczasowych gimnazjów
i klas dotychczasowych gimnazjów
prowadzonych w szkołach innego typu
województwa małopolskiego
Rok szkolny 2017/2018
ETAP WOJEWÓDZKI — 15 marca 2018 roku

1. Przed Tobą zestaw **12** zadań konkursowych, karta odpowiedzi dla zadań zamkniętych oraz kartki do zapisania rozwiązań zadań otwartych. Wolne kartki możesz przeznaczyć na brudnopis.
2. Na rozwiązanie zadań masz **120** minut. Dziesięć minut przed upływem tego czasu zostaniesz o tym poinformowany przez członka Komisji Konkursowej.
3. Za bezbłędne rozwiązanie wszystkich zadań możesz uzyskać **40** punktów.
4. Za poprawne rozwiązanie każdego z zadań zamkniętych od **1** do **8** otrzymasz **2** punkty. W każdym zadaniu zamkniętym spośród 5 proponowanych odpowiedzi tylko jedna jest poprawna. Odpowiedzi do zadań od **1** do **8** zaznacz symbolem × w dołączonej karcie odpowiedzi. Tylko odpowiedzi zaznaczone w tabeli będą oceniane. Jeśli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz symbolem × inną odpowiedź. Brak wyboru odpowiedzi lub wybór więcej niż jednej odpowiedzi będzie traktowany jako błędna odpowiedź.
5. Za poprawne rozwiązanie każdego z zadań od **9** do **12** otrzymasz **6** punktów. W zadaniach od **9** do **12** przedstaw pełne rozwiązania, zapisując rozwiązanie każdego z zadań na osobnej kartce opisanej jako czystopis danego zadania. Pamiętaj o zapisaniu potrzebnych obliczeń, komentarzy, wyjaśnień, uzasadnień, odpowiedzi. Oceniana jest całość rozumowania zamieszczonego w czystopisie.
6. Pisz długopisem lub piórem, nie używaj korektora ani wymazywalnych przyborów piśmienniczych. Użycie ołówka dozwolone jest wyłącznie do sporządzania rysunków. Brudnopis nie podlega ocenie.
7. Podczas pracy nie możesz korzystać z kalkulatora i żadnych innych dodatkowych pomocy, z wyjątkiem podstawowych przyborów geometrycznych.
8. Przekaż wyłączony telefon komórkowy Komisji (jeśli go posiadasz).
9. Stwierdzenie niesamodzielności pracy lub przeszkadzanie innym spowoduje wykluczenie z udziału w Konkursie.

W zadaniach od 1 do 8 zaznacz odpowiedź w karcie odpowiedzi

Zadanie 1 (2 punkty)

Ile różnych liczb trzycyfrowych podzielnych przez 3 można zapisać używając wyłącznie cyfr 1, 2, 3 oraz 4 (cyfry mogą się powtarzać)?

A. 22; **B.** 10; **C.** 16; **D.** 13; **E.** 19.

Zadanie 2 (2 punkty)

Podstawą ostrosłupa prawidłowego trójkątnego jest trójkąt równoboczny o boku $6\sqrt{2}$. Każda z krawędzi bocznych ostrosłupa ma długość 6. Ile wynosi objętość ostrosłupa?

A. $18\sqrt{6}$; **B.** $18\sqrt{2}$; **C.** $18\sqrt{3}$; **D.** 36; **E.** $54\sqrt{2}$.

Zadanie 3 (2 punkty)

Dwóch znajomych rozegrało 50 partii w pewną grę. Umówili się, że po każdej partii wygrywający zyska 4 punkty, a przegrywający 1 punkt straci. W razie remisu oboje dostaną po 2 punkty. Na koniec okazało się, że gracze zdobyli w sumie 164 punkty. Ile partii zakończyło się remisami?

A. 32; **B.** 19; **C.** 36; **D.** 14; **E.** 18.

Zadanie 4 (2 punkty)

12 brygad drwali potrzebuje 12 dni roboczych na wykarczowanie 12 hektarów lasu. Ile czasu zajmie 4 brygadom wykarczowanie 8 hektarów przy tej samej wydajności?

A. 6 dni; **B.** 12 dni; **C.** 16 dni; **D.** 18 dni; **E.** 24 dni.

Zadanie 5 (2 punkty)

Na loterię przygotowano 1000 losów ponumerowanych liczbami naturalnymi od 1 do 1000. Za wygrywające uznajemy wszystkie losy, w których numerze cyfr parzystych i cyfr nieparzystych jest tyle samo. Ile jest losów wygrywających?

A. 40; **B.** 42; **C.** 45; **D.** 85; **E.** 90.

Zadanie 6 (2 punkty)

W n-kącie foremnym przekątne przyjmują 31 różnych długości. W $(n+1)$-kącie foremnym również można znaleźć dokładnie 31 przekątnych różnej długości. Podaj wartość n.

A. $n = 64$; **B.** $n = 62$; **C.** $n = 60$; **D.** $n = 65$; **E.** $n = 63$.

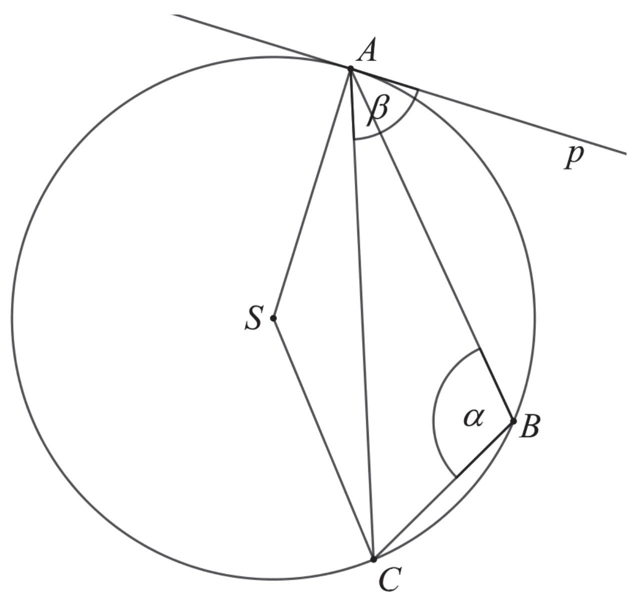
Zadanie 7 (2 punkty)

Elf ma jedną czarną i jedną białą skarpetkę, a chciałby założyć dwie jednakowe. Wróżka pozwoliła mu użyć dokładnie jednej z szuflad z opisami podanymi poniżej. Którą szufladę powinien wybrać jeśli chce, by prawdopodobieństwo posiadania co najmniej dwóch skarpetek tego samego koloru było największe?

A. W tej szufladzie jest 7 skarpetek czarnych i 8 niebieskich.
Masz prawo wylosować dwie skarpetki.
B. W tej szufladzie jest 18 skarpetek czarnych, 7 niebieskich i 4 białe.
Masz prawo wylosować jedną skarpetkę.
C. W tej szufladzie jest 5 skarpetek czarnych, 1 niebieska i 1 zielona.
Możesz wylosować jedną skarpetkę.
D. W tej szufladzie jest 7 skarpetek czarnych i 2 niebieskie.
Możesz wylosować jedną skarpetkę.
E. W tej szufladzie jest 10 skarpetek czerwonych i 1 skarpetka niebieska.
Wolno ci wylosować dwie skarpetki.

Zadanie 8 (2 punkty)

W okrąg o środku S wpisano trójkąt ABC, w którym $\alpha = 116°$ (rysunek). Prosta p jest styczna do okręgu w punkcie A. Podaj miarę kąta β między odcinkiem AC a styczną p.



A. $58°$; **B.** $64°$;
C. $48°$; **D.** $32°$;
E. $77°$.

W zadaniach od 9 do 12 przedstaw pełne rozwiązania (rozumowanie, obliczenia, komentarze, uzasadnienia, odpowiedź).
Rozwiązanie każdego z tych zadań zredaguj na oddzielnej kartce opisanej numerem zadania.

Zadanie 9 (6 punktów)

Znajdź wszystkie pary liczb całkowitych $(x;\, y)$ będące rozwiązaniami równania $\frac{25}{xy}+\frac{5}{x}=1$.

Zadanie 10 (6 punktów)

Ramiona trapezu mają długości 10 i 24. Kąty między ramionami i dłuższą podstawą trapezu mają odpowiednio miary α oraz β, przy czym $\alpha+\beta=90°$. Wyznacz długość odcinka łączącego środki podstaw trapezu.

Zadanie 11 (6 punktów)

Bogacz zostawił spadek dla piątki swoich dzieci - worek pełen złotych monet. Jego przyjaciel zarządzający testamentem wypłacał każdemu należną sumę po osiągnięciu pełnoletniości:

- Najstarsza córka zgodnie z wolą ojca otrzymała $\frac{1}{3}$ wszystkich monet. Z pozostałej sumy przyjaciel wziął 1 monetę jako wynagrodzenie za swoją pracę.
- Dwa lata później pełnoletniość osiągnął syn, który otrzymał $\frac{1}{3}$ liczby monet pozostałych w worku. Z pozostałej sumy przyjaciel pobrał dla siebie 2 monety.
- Po kolejnym roku druga córka otrzymała $\frac{1}{3}$ pozostałych monet. Wynagrodzenie przyjaciela wyniosło tym razem 3 monety.
- W końcu po spadek stawiła się para najmłodszych bliźniaków. Każdy otrzymał po $\frac{1}{3}$ monet z worka, a pozostałe 7 monet zostało dla zarządzającego spadkiem.

Ile monet pozostawił bogacz w spadku?

Zadanie 12 (6 punktów)

Dany jest trójkąt ABC, w którym $AB = 6$, $BC = 7$, $CA = 5$. Odcinek AH jest jedną z wysokości tego trójkąta. Udowodnij, że dla każdego punktu X leżącego na prostej AH wyrażenie BX^2-CX^2 przyjmuje stałą wartość. Podaj tę wartość.

Miejsce na naklejkę z kodem ucznia

TABELA ODPOWIEDZI

do zadań 1 – 8

zadanie	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
1	A	B	C	D	E
2	A	B	C	D	E
3	A	B	C	D	E
4	A	B	C	D	E
5	A	B	C	D	E
6	A	B	C	D	E
7	A	B	C	D	E
8	A	B	C	D	E
9	zadania otwarte - pełne rozwiązania na osobnych kartkach				
10					
11					
12					