KURATORIUM OŚWIATY
W KRAKOWIE

Kod ucznia

Miejsce na metryczkę ucznia

Małopolski Konkurs Matematyczny
dla uczniów szkół podstawowych województwa małopolskiego
Etap wojewódzki
rok szkolny 2018/2019

Drogi Uczniu !

1. Sprawdź, czy zestaw zadań zawiera 19 stron (zadania 1-20 i karta odpowiedzi), sprawdź także jakość wydruku.
2. Na rozwiązanie zestawu masz 120 minut. Członkowie Komisji Etapu Wojewódzkiego konkursu 10 minut przed końcem przypomną Ci o upływającym czasie.
3. Pracuj uważnie, używając jedynie atramentu koloru czarnego lub niebieskiego, pióra lub długopisu. Odpowiedzi udzielane przy użyciu ołówka nie będą oceniane.
4. Brudnopis nie podlega ocenie.
5. Nie podpisuj kartek imieniem i nazwiskiem, zakoduj pracę zgodnie z poleceniami Członków Komisji Etapu Wojewódzkiego konkursu.
6. Pamiętaj, aby nie używać korektora ani długopisu wymazywalnego. Nie używaj również kalkulatora.
7. Jeśli posiadasz przy sobie telefon komórkowy, wyłącz go i przekaż członkom komisji do przechowania na czas trwania konkursu.
8. Staraj się, aby Twoja praca była czytelna. Pisz wyraźnie, nie stosuj skrótów, zapisuj słowa w pełnym brzmieniu.
9. Pamiętaj o wypełnieniu karty odpowiedzi (str. 19), gdyż tylko na jej podstawie będą oceniane zadania **1-15**.
10. Rozwiązania i odpowiedzi do zadań **od 16 do 20** wpisz czytelnie w wyznaczonym miejscu.
11. Po zakończeniu pracy arkusz z zestawem zadań, kartą odpowiedzi oraz kopertę z kartą uczestnika pozostaw na swojej ławce.
12. Stwierdzenie niesamodzielności pracy lub przeszkadzanie innym spowoduje wykluczenie Cię z udziału w konkursie.

Życzymy Ci satysfakcji z uczestnictwa w konkursie i powodzenia

Organizatorzy konkursu

W zadaniach od 1 do 14 wybierz jedną z podanych odpowiedzi, a następnie w karcie odpowiedzi wpisz znak X w odpowiedniej kratce.

Zadanie 1. 2p
Średnią kwadratową liczb nieujemnych *a* i *b* nazywamy liczbę, która jest równa pierwiastkowi stopnia drugiego ze średniej arytmetycznej kwadratów liczb *a* i *b*. Zatem średnia kwadratowa liczb $\sqrt{23}$ i 3 wynosi:

A. $\frac{\sqrt{23}+3}{\sqrt{2}}$ **B.** $\frac{\sqrt{23}+3}{2}$ **C.** 16 **D.** $\frac{\sqrt{34}}{\sqrt{2}}$ **E.** $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$

Zadanie 2. 2p
W jakim dniu tygodnia wypadnie 29 lutego 2024 roku?

A. środa **B.** czwartek **C.** piątek **D.** sobota **E.** wtorek

Zadanie 3. 2p
Linia metra ma kształt koła. Pociągi poruszają się w tym samym kierunku, z tą samą prędkością i w równych odstępach czasu. Dziś linia obsługiwana jest przez 24 pociągi. Jutro przewidywany jest większy ruch. Ile dodatkowych pociągów trzeba uruchomić, aby odstępy czasu między nimi skróciły się o 20%?

A. 2 **B.** 3 **C.** 5 **D.** 6 **E.** 12

Zadanie 4. 2p

Średnia arytmetyczna trzech dodatnich liczb naturalnych nie przekracza $2\frac{2}{3}$. Jedna z tych liczb jest sumą dwóch pozostałych. Wszystkich możliwych zestawów trzech liczb spełniających te warunki jest:

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3 **E.** 4

Zadanie 5. 2p
Dany jest trójkąt równoramienny, którego każde z ramion ma długość 9, a podstawa ma długość 12. Suma długości wszystkich wysokości tego trójkąta jest równa:

A. $7\sqrt{5}$ **B.** $8\sqrt{5}$ **C.** $9\sqrt{5}$ **D.** $10\sqrt{5}$ **E.** $11\sqrt{5}$

Zadanie 6. 2p

Dany jest odcinek AB oraz punkty E, F i G spełniające następujące warunki: $|EA|=\frac{3}{2}$, $|FA|=\sqrt{6}$, $|GA|=1^0$, $|BE|=1,(5)$, $|BF|=2\sqrt{3}$, $|BG|=-(-1)^{101}$. Które z punktów E, F, G należą do symetralnej odcinka AB?

A. punkt G **B.** punkt F **C.** punkt E **D.** żaden **E.** wszystkie

BRUDNOPIS

Pamiętaj! Wszelkie zapisy obliczeń i rozwiązań w brudnopisie
nie będą sprawdzane.

Zadanie 7. 2p
Trzej bracia: Andrzej, Bartosz i Cezary zbierali na zakup namiotu. Andrzej dał 60% potrzebnej kwoty, Bartosz dał 0,4 pozostałej części, a Cezary dołożył brakujące 30 zł. Podczas zakupu namiotu sklep udzielił im rabatu w wysokości 20% jego ceny pierwotnej. Zaoszczędzoną w ten sposób kwotę postanowili podzielić między siebie proporcjonalnie do wniesionego przez każdego z nich wkładu. Po dokonaniu w taki sposób podziału zaoszczędzonej kwoty okazało się, że:

A. Andrzejowi przypadło 6 zł **B.** Bartoszowi przypadło 4 zł **C.** Cezaremu przypadło 15 zł **D.** Andrzejowi przypadło 4 zł **E.** Bartoszowi przypadło 15 zł

Zadanie 8. 2p
Na zabawie karnawałowej było 12 osób (chłopców i dziewcząt). Jeżeli jeden chłopiec opuści zabawę, to liczba sposobów doboru par tańczących (różnych płci) zmniejszy się o 7. Ile było dziewcząt na tej zabawie?

A. 7 **B.** 6 **C.** 5 **D.** 8 **E.** 9

Zadanie 9. 2p
Podstawa trójkąta równobocznego jest średnicą okręgu o promieniu 2*r*. Długość części łuku tego okręgu znajdującego się wewnątrz rozważanego trójkąta jest równa:

A. $\frac{10r}{3}\pi$ **B.** $\frac{5r}{3}\pi$ **C.** $\frac{\pi}{3}r$ **D.** $\frac{20r}{3}\pi$ **E.** $\frac{2\pi}{3}r$

Zadanie 10. 2p
Dominika zaznaczyła na osi liczbowej cztery liczby całkowite w kolejności od najmniejszej do największej. Wśród nich są dwie pary liczb przeciwnych. Najmniejsza z nich różni się od drugiej o 6, druga natomiast jest o 8 mniejsza od liczby największej. Odwrotność iloczynu zaznaczonych na osi liczb jest równa:

A. -49 **B.** 36 **C.** $-\frac{1}{36}$ **D.** $\frac{1}{49}$ **E.** $-\frac{1}{49}$

Zadanie 11. 2p
W trapezie suma miar kątów ostrych leżących przy dłuższej podstawie jest równa $106°$. Dwusieczne tych kątów zawierają przekątne trapezu. Miary kątów tego trapezu to:

A. $53°, 127°, 53°, 127°.$ **B.** $50°, 130°, 56°, 124°.$ **C.** $51°, 129°, 55°, 125°.$ **D.** $52°, 128°, 54°, 126°.$ **E.** $49°, 131°, 57°, 123°.$

Zadanie 12. 2p
Sześcioosobowa rodzina wynajęła podczas pobytu na feriach zimowych apartament z dwiema łazienkami, z których korzystają codziennie rano od godziny 7:00. Na poranną toaletę potrzebują odpowiednio: 8, 10, 12, 17, 21 i 22 minuty. Z żadnej z łazienek nie korzystają jednocześnie dwie osoby i każdy członek rodziny korzysta tylko z jednej łazienki. Jaki jest najwcześniejszy moment, w którym mogą skończyć poranną toaletę?

A. 7:45 **B.** 7:46 **C.** 7:47 **D.** 7:48 **E.** 7:50

BRUDNOPIS

Pamiętaj! Wszelkie zapisy obliczeń i rozwiązań w brudnopisie
nie będą sprawdzane.

Zadanie 13. 3p

Na loterii znajduje się 6 losów wygrywających: jeden z wygraną 30 zł, dwa z wygraną 20 zł i trzy z wygraną 10 zł. Pozostałe cztery losy są puste. Losujemy kolejno bez zwracania dwa razy po jednym losie. Prawdopodobieństwo, że wygramy kwotę równą 30 zł wynosi:

A. $\frac{2}{10}$ **B.** $\frac{4}{10}$ **C.** $\frac{2}{9}$ **D.** $\frac{2}{15}$ **E.** $\frac{4}{45}$

Zadanie 14. 3p

Mamy trzy pudełka: jedno w kształcie sześcianu, drugie w kształcie graniastosłupa prawidłowego trójkątnego, trzecie w kształcie graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego. Na oklejenie wszystkich krawędzi każdego z nich potrzeba po 3,6 m taśmy. Jeżeli graniastosłup trójkątny i graniastosłup sześciokątny mają po 6 krawędzi tej samej długości co krawędź sześcianu, to zakładając, że wszystkie długości wyrażone są w metrach, można wywnioskować, że:

A. długość krawędzi bocznej graniastosłupa prawidłowego trójkątnego jest dwa razy mniejsza od długości krawędzi podstawy graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego.

B. długość krawędzi sześcianu jest równa długości krawędzi podstawy graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego.

C. suma długości jednej krawędzi podstawy graniastosłupa prawidłowego trójkątnego oraz długości wszystkich krawędzi podstawy dolnej graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego stanowi $33\frac{1}{3}$ % sumy długości wszystkich krawędzi sześcianu.

D. krawędź boczna graniastosłupa prawidłowego trójkątnego, krawędź sześcianu i krawędź podstawy graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego są równej długości.

E. iloczyn długości krawędzi bocznej graniastosłupa prawidłowego trójkątnego oraz długości krawędzi podstawy graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego jest równy 0,45 m^2.

W zadaniu 15 wpisz odpowiedź do odpowiedniej kratki na <u>karcie odpowiedzi</u>, wybierając jeden z symboli: <u>AC, AD, BC, BD</u>.

Zadanie 15. 3p

Dane są liczby $a = \underbrace{11...1}_{14}\underbrace{22...2}_{7}\underbrace{11...1}_{14} + 6$ i $b = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Uzupełnij poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami **A** i **B** oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami **C** i **D**.

Liczba *a* jest liczbą:	**A.** pierwszą. **B.** złożoną.
Liczba *b* znajduje się na osi liczbowej między liczbami:	**C.** $1\frac{1}{2}$ i $1\frac{2}{3}$. **D.** $1\frac{2}{3}$ i 2.

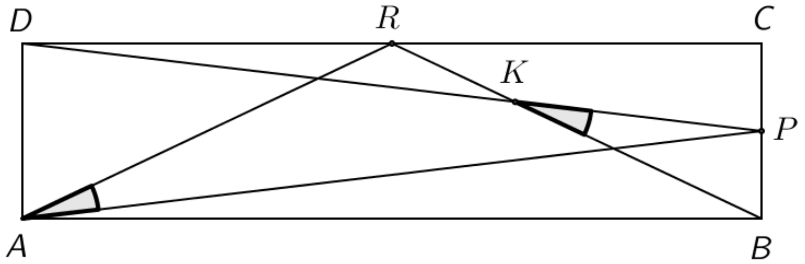
BRUDNOPIS

Pamiętaj! Wszelkie zapisy obliczeń i rozwiązań w brudnopisie
nie będą sprawdzane.

Rozwiązując zadania 16, 17, 18, 19 i 20 wpisz rozwiązanie i odpowiedź w wyznaczonym miejscu. <u>Pamiętaj o zapisywaniu wszystkich obliczeń i odpowiedzi.</u> Błędne obliczenia przekreślaj i zapisuj nowe.

Zadanie 16. 4p

W prostokącie *ABCD* punkt *P* jest środkiem boku *BC*, punkt *R* – środkiem boku *CD*, a punkt *K* – punktem przecięcia odcinków *DP* i *BR*. Udowodnij, że miara kąta *PAR* jest równa mierze kąta *BKP*.



Zadanie 17. 5p

Wyznacz cyfrę jedności liczby $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 99^2$. <u>Zapisz tok swojego rozumowania</u>.

Odpowiedź: ....

Zadanie 18. 6p

Ile jest wszystkich takich liczb trzycyfrowych o różnych cyfrach, utworzonych z cyfr należących do zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, które:

a) przy dzieleniu przez 41 dają resztę równą 1;

b) są mniejsze od 780?

Zapisz tok swojego rozumowania.

Odpowiedź: **a)** ....

b) ....

Zadanie 19. 6p

W trapezie dane są długości podstaw: 10 cm i 30 cm oraz długości przekątnych: 24 cm i 32 cm. Oblicz pole tego trapezu. Zapisz tok swojego rozumowania.

Odpowiedź: ……………………………………………………………………………………………

Zadanie 20. 6p

Podstawą ostrosłupa jest romb o boku długości 20 cm i kącie ostrym o mierze 60°. Punkt przecięcia się przekątnych podstawy jest spodkiem wysokości ostrosłupa, której długość wynosi $5\sqrt{6}$ cm. Oblicz długość wysokości ściany bocznej, poprowadzonej na krawędź podstawy rozważanego ostrosłupa, a także objętość tego ostrosłupa. Zapisz tok swojego rozumowania.

Odpowiedź: ....

BRUDNOPIS

Pamiętaj! Wszelkie zapisy obliczeń i rozwiązań w brudnopisie
nie będą sprawdzane.

Kod ucznia

Instrukcja wypełniania karty odpowiedzi

1. W zadaniach **od 1 do 14** podanych jest 5 odpowiedzi: **A**, **B**, **C**, **D**, **E**. Wybierz tylko jedną odpowiedź i wpisz wyraźnie, w tabeli na karcie odpowiedzi, znak **X** w kratce z odpowiednią literą.
2. Jeśli zaznaczysz błędnie odpowiedź, otocz ją kółkiem i wpisz **X** w kratkę z inną literą.
3. Odpowiedź do zadania **15** (**jedną z odpowiedzi AC, AD, BC** lub **BD**) wpisz na karcie odpowiedzi.
4. Pamiętaj o wypełnieniu karty odpowiedzi, gdyż tylko na jej podstawie będą oceniane zadania 1-15.

Karta odpowiedzi:

Numer zadania	Liczba punktów za zadanie	Miejsce na odpowiedź ucznia					Przyznane punkty (wypełnia komisja)
		A	B	C	D	E	
1	2						
2	2						
3	2						
4	2						
5	2						
6	2						
7	2						
8	2						
9	2						
10	2						
11	2						
12	2						
13	3						
14	3						
15	3						
SUMA PUNKTÓW (wypełnia komisja)							

Zadania	1 - 15	16	17	18	19	20	SUMA
Maksymalna punktacja	33	4	5	6	6	6	60
Liczba uzyskanych punktów							

Kody sprawdzających: