KURATORIUM OŚWIATY W KRAKOWIE

Kod ucznia

Miejsce na metryczkę ucznia

MAŁOPOLSKI KONKURS MATEMATYCZNY DLA UCZNIÓW
SZKÓŁ PODSTAWOWYCH WOJEWÓDZTWA MAŁOPOLSKIEGO
W ROKU SZKOLNYM 2024/2025

ETAP WOJEWÓDZKI

GODZINA ROZPOCZĘCIA: 10:00

CZAS PRACY: 120 minut

Drogi Uczniu!

1. Przed Tobą zestaw 15 zadań konkursowych, za które łącznie możesz uzyskać 60 punktów.
2. Na rozwiązanie zestawu masz **120 minut**. Komisja konkursowa 15 minut przed końcem przypomni Ci o upływającym czasie.
3. Brudnopis nie podlega ocenie.
4. Nie podpisuj się imieniem i nazwiskiem, zakoduj pracę zgodnie z poleceniami Komisji Konkursowej.
5. Nie używaj korektora ani długopisu zmazywalnego – zadanie, w którym ich użyjesz nie będzie oceniane. Odpowiedzi udzielane przy użyciu ołówka nie będą oceniane.
6. Przekaż w depozyt członkom Komisji telefon komórkowy, jeśli go posiadasz przy sobie.
7. Staraj się, aby Twoja praca była czytelna. Pisz i rysuj wyraźnie, nie stosuj skrótów, zapisuj słowa w pełnym brzmieniu.
8. Stwierdzenie niesamodzielności pracy, korzystanie z kalkulatora lub przeszkadzanie innym spowoduje wykluczenie z udziału w konkursie.

Życzymy Ci satysfakcji z uczestnictwa w konkursie i powodzenia!

Organizatorzy Konkursu

Kod ucznia

Karta odpowiedzi

Numer zadania	Liczba punktów za zadanie	Miejsce na odpowiedź					WYPEŁNIA KOMISJA
		A	B	C	D	E	Przyznane punkty
1.	2						
2.	2						
3.	2						
4.	2						
5.	2						
6.	2						
7.	3						
8.	3						
9.	3						
10.	3						
11.	3						
12.	3						
						Suma punktów za zadania zamknięte:	

Numer zadania	1. – 12.	13.	14.	15.	SUMA
Liczba punktów za zadanie	**30**	**10**	**10**	**10**	**60**
Uzyskane punkty					

Kody sprawdzających:

Informacje dla ucznia – zadania zamknięte

1. W zadaniach od **1.** do **6.** podane są 4 odpowiedzi: A, B, C, D. W zadaniach od **7.** do **12.** podanych jest 5 odpowiedzi: A, B, C, D, E. Wybierz **tylko jedną** odpowiedź i wpisz wyraźnie znak **X** w odpowiedniej kratce w tabeli na karcie odpowiedzi.
   Jeśli zaznaczysz błędną odpowiedź, otocz ją kółkiem i wpisz **X** w inną kratkę.
2. Pamiętaj o wypełnieniu karty odpowiedzi!
3. Ostatnie trzy strony tego arkusza są przeznaczone na brudnopis.

Zadanie 1. 2p

Rok 2025 nazywamy rokiem kwadratowym, ponieważ liczba 2025 jest kwadratem liczby całkowitej. Kolejny rok kwadratowy to rok

A. 2036 **B.** 2070 **C.** 2116 **D.** 2209

Zadanie 2. 2p

Liczba $\left(\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}\right)^2$ jest równa

A. $2\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}+4$ **B.** $2\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}$ **C.** 4 **D.** $\sqrt[3]{36}$

Zadanie 3. 2p

Nierówność $\frac{1}{2}-\frac{x+2}{3}\leq\frac{3}{4}-\frac{3-2x}{12}$ jest spełniona przez każdą liczbę x, która jest

A. nie większa niż -4

B. nie mniejsza niż -4

C. nie większa niż $-\frac{4}{3}$

D. nie mniejsza niż $-\frac{4}{3}$

Zadanie 4. 2p

W skarbonce znajdują się monety o nominale 1 złoty, 2 złote i 5 złotych – w sumie 24 monety o łącznej wartości 64 złote. Monet dwuzłotowych jest tyle samo, co monet jednozłotowych i pięciozłotowych łącznie. Ile monet pięciozłotowych jest w skarbonce?

A. 5 **B.** 6 **C.** 7 **D.** 8

Zadanie 5. 2p

Rozważ pięć figur płaskich wymienionych poniżej:

I. trójkąt równoboczny
II. równoległobok niebędący rombem
III. trapez równoramienny o podstawach różnej długości
IV. pięciokąt foremny
V. półprosta

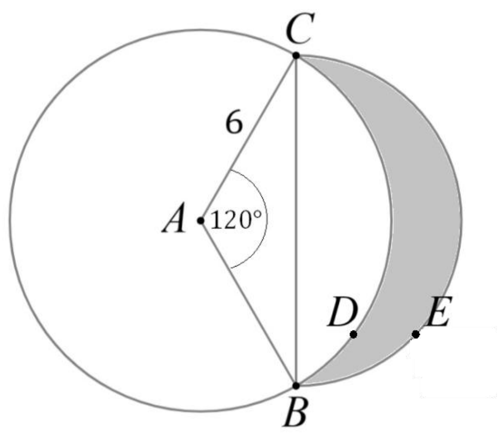
Ile spośród tych pięciu figur ma środek symetrii?

A. jedna **B.** dwie **C.** trzy **D.** cztery

Informacja do zadań 6. i 7.

W okręgu o środku w punkcie A poprowadzono cięciwę BC. Długość promienia tego okręgu wynosi 6, kąt $\sphericalangle BAC$ ma miarę $120°$, a odległość punktu A od cięciwy BC jest równa 3. Na okręgu zaznaczono punkt D.

Następnie narysowano łuk BC, którego środkiem jest środek cięciwy BC i zaznaczono na nim punkt E. Figurę złożoną z łuku BDC, łuku BEC oraz zacieniowanej powierzchni pomiędzy nimi nazwano księżycem K (rysunek obok).



Zadanie 6. 2p

Ile jest równy obwód księżyca K?

A. 8π **B.** $(4+3\sqrt{2})\pi$ **C.** $(4+3\sqrt{3})\pi$ **D.** 10π

Zadanie 7. 3p

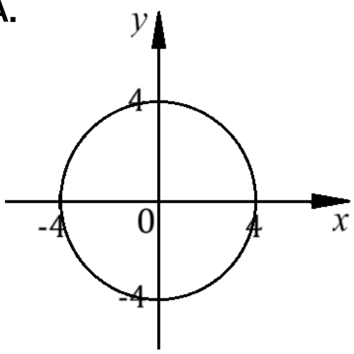
Ile jest równe pole powierzchni księżyca K?

A. $1{,}5\pi$ **B.** $1{,}5\pi+9\sqrt{3}$ **C.** 6π **D.** $9\sqrt{2}-6\pi$ **E.** $12\pi-9\sqrt{3}$

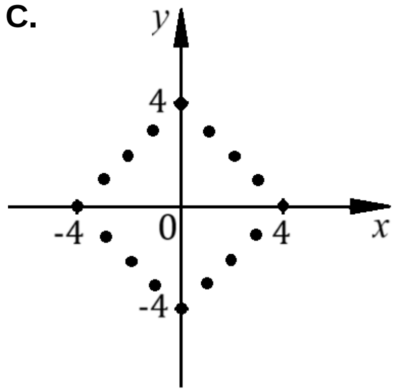
Zadanie 8. 3p

Suma odległości punktu od osi x i odległości tego samego punktu od osi y jest równa 4. Wszystkie punkty w układzie współrzędnych (x, y) spełniające ten warunek przedstawiono na rysunku

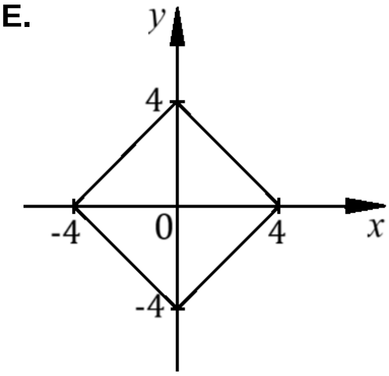
A.



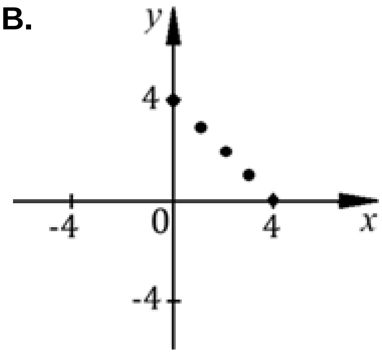
C.



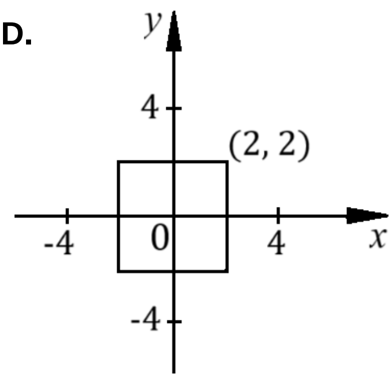
E.



B.



D.



Zadanie 9. 3p

W trapezie równoramiennym $ABCD$, w którym boki AB i CD są równoległe, dwusieczne kątów rozwartych ADC oraz BCD przecinają się w punkcie E. Rozważ poniższe zdania:

I. Jeżeli miara kąta ostrego trapezu $ABCD$ jest równa $60°$, to odcinki CE oraz DE zawsze dzielą ten trapez na trzy trójkąty przystające.

II. Jeżeli miara kąta ostrego trapezu $ABCD$ **nie** jest równa $60°$, to punkt E **nie** może znajdować się na podstawie AB.

III. Jeżeli dwusieczna kąta ADC przecina podstawę AB w punkcie G, a dwusieczna kąta BCD przecina podstawę AB w punkcie F, to trójkąty ADG, BCF oraz CDE zawsze są do siebie podobne.

Które spośród podanych zdań są prawdziwe?

A. tylko I i II **B.** tylko I i III **C.** tylko I **D.** tylko III **E.** żadne

Zadanie 10. 3p

W trójkącie ABC przyprostokątne AB i AC mają długości odpowiednio równe 6 cm i 12 cm. Symetralna przeciwprostokątnej przecina przyprostokątną AC w punkcie P. Stosunek długości odcinków AP i PC jest równy

A. $1 : 1$ **B.** $2 : \sqrt{5}$ **C.** $3 : 8$ **D.** $5 : 8$ **E.** $3 : 5$

Zadanie 11. 3p

Ile jest równe pole powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego o objętości równej $6\sqrt{3}$ i długości krawędzi podstawy równej 2?

A. $12\sqrt{3}$ **B.** $12 + 6\sqrt{3}$ **C.** $18\sqrt{3}$ **D.** $6\sqrt{39}$ **E.** 12

Zadanie 12. 3p

Ile jest trzycyfrowych liczb parzystych o różnych cyfrach?

A. 288 **B.** 328 **C.** 360 **D.** 419 **E.** 446

Pamiętaj o wypełnieniu karty odpowiedzi.

Informacje dla ucznia – zadania otwarte

1. Rozwiązania i odpowiedzi do zadań otwartych od **13.** do **15.** zapisz czytelnie pod zadaniami w miejscu do tego przeznaczonym.
2. Wpisz swój kod ucznia w miejsca na górze stron 7, 9 i 12.
3. Pamiętaj o zapisaniu wszystkich obliczeń i odpowiedzi. Błędne obliczenia przekreślaj i zapisuj nowe.

Kod ucznia

Zadanie 13.   10p

W szufladzie A znajduje się 9 czarnych skarpet i 1 biała skarpeta.
W szufladzie B znajduje się 5 czarnych skarpet i 5 białych skarpet.

a) **(1p)** Jaka jest najmniejsza liczba skarpet, którą należy wylosować z szuflady A albo szuflady B, aby mieć pewność, że co najmniej dwie z wylosowanych skarpet są tego samego koloru? Podaj odpowiedź w miejscu wyznaczonym poniżej:

Odpowiedź: ……………………………………

b) Doświadczenie polega na losowaniu dwóch skarpet. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania dwóch skarpet tego samego koloru, jeśli:
   I. **(2p)** losujemy dwie skarpety z szuflady A;
   II. **(2p)** losujemy dwie skarpety z szuflady B;
   III. **(2p)** pierwszą skarpetę losujemy z szuflady A, a drugą skarpetę z szuflady B.

Do szuflady A dołożono a białych skarpetek.

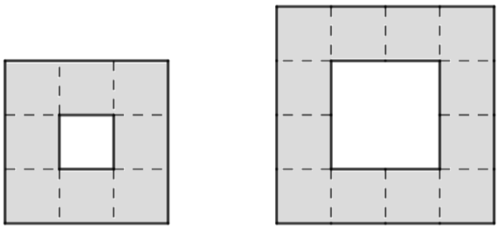
c) **(3p)** Udowodnij, że wartość prawdopodobieństwa zdarzenia polegającego na wylosowaniu dwóch skarpetek tego samego koloru, pierwszej skarpety z szuflady A, a drugiej skarpety z szuflady B, nie jest zależna od wartości a.

Rozwiązanie:

Kod ucznia

Zadanie 14 10p

Przystające kwadraty o wymiarach 1×1 łączymy dokładnie dwoma bokami każdego z nich tak, aby zarówno zewnętrzny jak i wewnętrzny brzeg otrzymanej figury były kwadratami. Otrzymaną figurę nazywamy ramą R_n, gdzie n oznacza długość boku zewnętrznego kwadratu i n jest liczbą naturalną większą od 2. Poniżej na rysunku przedstawiono ramy R_3 oraz R_4.



R_3 R_4

a) **(1p)** Zapisz liczbę osi symetrii każdej figury R_n. **Odpowiedź:** ………………………..

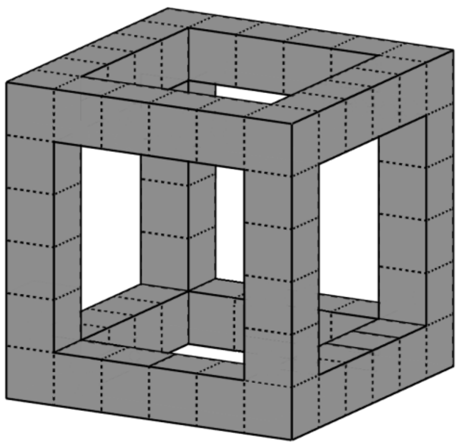
b) **(2p)** Udowodnij, że pole powierzchni ramy R_n jest liczbą całkowitą podzielną przez 4.

c) **(2p)** Podaj wszystkie wartości n, dla których obwód ramy R_n jest liczbą całkowitą podzielną przez 16. Odpowiedź uzasadnij.

Z identycznych sześcianów o wymiarach $1 \times 1 \times 1$ zbudowano bryłę B_n, gdzie n jest liczbą naturalną większą od 2, w taki sposób, że spełnia poniższe warunki:

- każdy z wykorzystanych sześcianów o wymiarach $1 \times 1 \times 1$ jest połączony albo dwiema albo trzema ścianami z innymi sześcianami;
- dokładnie sześć ścian bryły jest ramą R_n.
- każda z dwunastu najdłuższych krawędzi bryły B_n ma długość równą n.

Na rysunku obok przedstawiono bryłę B_6.



d) **(2p)** Podaj wyrażenie przedstawiające liczbę sześcianów o wymianach $1 \times 1 \times 1$, z których składa się bryła B_n. Odpowiedź zapisz po redukcji wyrazów podobnych.

Odpowiedź: ……………………………..............

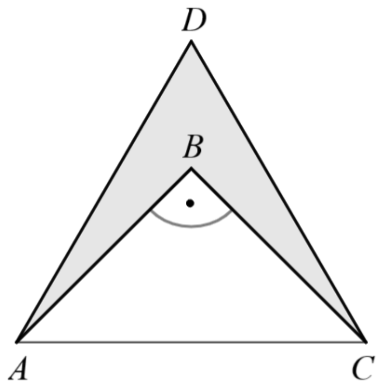
e) **(3p)** Znajdź n, dla którego pole powierzchni całkowitej bryły B_n jest równe 264. Zapisz obliczenia.

Rozwiązanie:

Kod ucznia

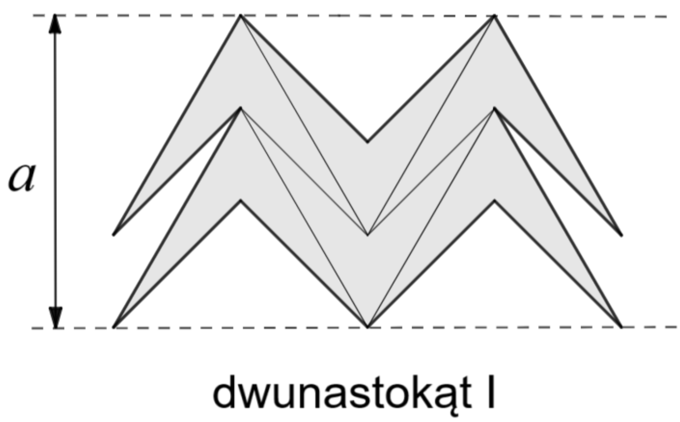
Zadanie 15. 10p

W trójkącie równobocznym ACD o boku długości 4 cm zaznaczono punkt B tak, że trójkąt ACB jest prostokątny i równoramienny (rysunek obok).



a) **(2p)** Oblicz pole czworokąta $ABCD$. Zapisz obliczenia.

Filip wyciął z papieru 12 czworokątów przystających do czworokąta $ABCD$ i ułożył z nich dwa dwunastokąty: dwunastokąt I oraz dwunastokąt II (rysunek poniżej).



b) **(3p)** Oblicz stosunek obwodu dwunastokąta I do obwodu dwunastokąta II. Zapisz obliczenia. Odpowiedź przedstaw w postaci $p\sqrt{q}+r$, gdzie p i r są liczbami wymiernymi, a q jest liczbą naturalną.

c) **(3p)** Oblicz długość a zaznaczoną na rysunku dwunastokąta I. Zapisz obliczenia.

d) **(2p)** Oblicz długość b zaznaczoną na rysunku dwunastokąta II. Zapisz obliczenia.

Rozwiązanie:

BRUDNOPIS

Pamiętaj! Wszelkie zapisy obliczeń i rozwiązań na tej stronie <u>nie podlegają ocenie</u>.

BRUDNOPIS

Pamiętaj! Wszelkie zapisy obliczeń i rozwiązań na tej stronie nie podlegają ocenie.

BRUDNOPIS

Pamiętaj! Wszelkie zapisy obliczeń i rozwiązań na tej stronie nie podlegają ocenie.