



Kod ucznia

Miejsce na metryczkę ucznia

MAŁOPOLSKI KONKURS MATEMATYCZNY DLA UCZNIÓW
SZKÓŁ PODSTAWOWYCH WOJEWÓDZTWA MAŁOPOLSKIEGO
W ROKU SZKOLNYM 2025/2026

ETAP WOJEWÓDZKI
CZAS PRACY: 120 minut

Drogi Uczniu!

1. Przed Tobą zestaw 15 zadań konkursowych, za które łącznie możesz uzyskać 60 punktów.
2. Na rozwiązanie zestawu masz **120 minut**. Komisja konkursowa 15 minut przed końcem przypomni Ci o upływającym czasie.
3. Budnopis nie podlega ocenie.
4. Nie podpisuj się imieniem i nazwiskiem, zakoduj pracę zgodnie z poleceniami Komisji Konkursowej.
5. Nie używaj korektora ani długopisu zmywalnego – zadanie, w którym ich użyjesz nie będzie oceniane. Odpowiedzi udzielane przy użyciu ołówka nie będą oceniane.
6. Przekaż w depozyt członkom Komisji telefon komórkowy, jeśli go posiadasz przy sobie.
7. Staraj się, aby Twoja praca była czytelna. Pisz i rysuj wyraźnie, nie stosuj skrótów, zapisuj słowa w pełnym brzmieniu.
8. Stwierdzenie niesamodzielności pracy, korzystanie z kalkulatora lub przeszkadzanie innym spowoduje wykluczenie z udziału w konkursie.

Życzymy Ci satysfakcji z uczestnictwa w konkursie i powodzenia!

Organizatorzy Konkursu

Numer zadania	1. – 12.	13.	14.	15.	SUMA
Liczba punktów za zadanie	30	9	10	11	60
Uzyskane punkty					

Informacje dla ucznia – zadania zamknięte

1. W zadaniach od 1. do 6. podane są 4 odpowiedzi: A, B, C, D. W zadaniach od 7. do 12. podanych jest 5 odpowiedzi: A, B, C, D, E. Wybierz **tylko jedną** odpowiedź i wpisz wyraźnie znak **X** w odpowiedniej kratce w tabeli na karcie odpowiedzi.
Jeśli zaznaczysz błędną odpowiedź, otocz ją kółkiem i wpisz **X** w inną kratkę.
2. **Pamiętaj o wypełnieniu karty odpowiedzi!**
3. Ostatnie trzy strony tego arkusza są przeznaczone na brudnopis.

Zadanie 1. 2p

Liczba 4 jest większa niż 9% pewnej liczby x , a liczba 7 jest mniejsza niż 18% liczby x . Ile jest różnych liczb całkowitych x spełniających oba te warunki?

- A. 0 B. 1 C. 5 D. 6

Zadanie 2. 2p

Liczba $\left(\sqrt{4 + \sqrt{7}} - \sqrt{4 - \sqrt{7}}\right)^2$ jest równa:

- A. 0 B. 2 C. $2\sqrt{7}$ D. $8 + 2\sqrt{3}$

Zadanie 3. 2p

Na osi liczbowej zaznaczono wszystkie liczby postaci $\sqrt{N}$, gdzie N jest liczbą naturalną. Ile jest liczb, spośród zaznaczonych, których odległość od 10 jest mniejsza od 0,5?

- A. 1 B. 3 C. 19 D. 20

Zadanie 4. 2p

Ile jest różnych liczb czterocyfrowych, w których żadna cyfra się nie powtarza, a cyfry 6 i 7 sąsiadują ze sobą?

- A. 154 B. 234 C. 308 D. 334

Zadanie 5. 2p

Wprowadźmy działanie $(a \circ b) = a^2b^2 - ab$, gdzie a i b są dowolnymi liczbami rzeczywistymi. Rozważ zdania I, II i III.

- I. Dla każdej liczby a różnej od 0, wartość wyrażenia $(a \circ \frac{1}{a})$ jest równa 0.
- II. Jeśli liczby a oraz b są ujemne, to wartość wyrażenia $(a \circ b)$ jest zawsze dodatnia.
- III. Wartość wyrażenia $(a \circ a)$ jest zawsze parzysta dla każdej liczby całkowitej a .

Ile spośród powyższych zdań jest prawdziwych?

- A. wszystkie B. dokładnie dwa C. dokładnie jedno D. żadne

Zadanie 6. 2p

MET to jednostka określająca intensywność wysiłku fizycznego poprzez zużycie tlenu w przeliczeniu na masę ciała. 1 MET definiuje się jako zużycie tlenu podczas spoczynku wynoszące 3,5 ml tlenu na każdy kilogram masy ciała na każdą minutę. Liczbę K spalonych kilokalorii podczas aktywności oblicza się ze wzoru

$$K = I \cdot m \cdot t,$$

gdzie I jest intensywnością wysiłku wyrażoną w MET, m to masa ciała w kilogramach, a t to czas wykonywania aktywności w godzinach.

Maja, ważąca 50 kilogramów, przez 30 minut szła szybkim marszem. Po tym czasie jej smartwatch wyświetlił, że w czasie marszu spaliła 100 kilokalorii. Ile tlenu zużyła w czasie tego marszu?

- A. 0,21(3) mililitrów B. 14 mililitrów C. 2,1 litra D. 21 litrów

Zadanie 7. 3p

Miary kątów ostrych w trójkącie są równe 20° oraz 40° . Kąt ostry pomiędzy dwusieczną największego kąta trójkąta a symetralną najdłuższego boku jest równy:

- A. 10° B. 15° C. 20° D. 30° E. 40°

Zadanie 8. 3p

Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AB| = 6\sqrt{2}$ i $|BC| = 4\sqrt{2}$. Długość odcinka łączącego wierzchołek C ze środkiem boku AB jest równa $5\sqrt{2}$. Pole trójkąta ABC jest równe:

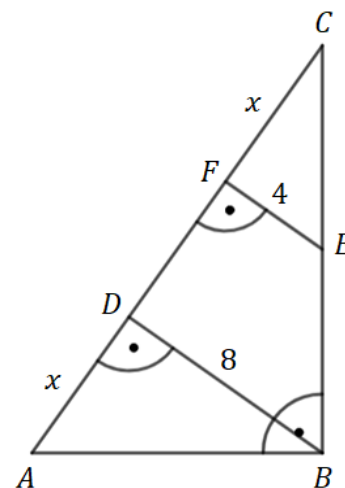
- A. 12 B. 24 C. 40 D. $6\sqrt{46}$ E. 48

Zadanie 9. 3p

Dany jest trójkąt prostokątny ABC . Na przeciwprostokątnej AC zaznaczono punkty D i F , a na boku BC zaznaczono punkt E tak, że powstały dwa trójkąty prostokątne ABD oraz ECF . Długości niektórych odcinków są równe: $|AD| = |FC| = x$, $|BD| = 8$, $|EF| = 4$ (zobacz rysunek obok).

Długość odcinka BC jest równa:

- A. 10 C. $8\sqrt{3}$ E. $12\sqrt{3}$
B. $8\sqrt{2}$ D. 12



Zadanie 10. 3p

Rozważ poniższe zdania od I do V.

- I Czworokąt, który ma środek symetrii, jest równoległobokiem.
II Równoległobok, który ma dokładnie dwie osie symetrii, musi być prostokątem.
III Oś symetrii czworokąta zawsze przechodzi przez jego dwa wierzchołki.
IV Romb ma zawsze dokładnie dwie osie symetrii.
V Trapez, który ma środek symetrii, musi być kwadratem.

Które ze zdań od I do V jest prawdziwe?

- A. I B. II C. III D. IV E. V

Zadanie 11. 3p

Podstawa graniastosłupa prostego jest trójkątem równoramiennym o obwodzie równym 19 cm. Wysokość graniastosłupa jest równa długości jednej z krawędzi podstawy, a suma długości wszystkich krawędzi graniastosłupa jest równa 59 cm.

Istnieją dwa różne graniastosłupy spełniające powyższe warunki. Różnica pomiędzy ich polami powierzchni bocznej jest równa:

- A. 0 cm^2 B. $6\frac{1}{3} \text{ cm}^2$ C. $\sqrt{95} \text{ cm}^2$ D. 19 cm^2 E. 38 cm^2

Zadanie 12. 3p

Doświadczenie polega na dwukrotnym rzucie ośmiościenną kostką, która na każdej ścianie ma zapisaną inną liczbę od 0 do 7. Prawdopodobieństwo wylosowania dwóch liczb, których iloczyn jest podzielny przez 4, jest równe:

- A. $\frac{1}{16}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{15}{64}$ D. $\frac{17}{64}$ E. $\frac{1}{2}$

Informacje dla ucznia – zadania otwarte

1. Rozwiązania i odpowiedzi do zadań otwartych od **13.** do **15.** zapisz czytelnie pod zadaniami w miejscu do tego przeznaczonym.
2. Wpisz swój kod ucznia w miejsca na górze stron 5, 7 i 10.
3. Pamiętaj o zapisaniu wszystkich obliczeń i odpowiedzi. Błędne obliczenia przekreślaj i zapisuj nowe.

Kod ucznia

Zadanie 13. 9p

- a) **(2p)** Dane są dwie liczby pierwsze a oraz b takie, że $a < b$. Zapisz wyrażenia równe podanym poniżej:

I. $NWW(2^a \cdot 3^b, 2^b \cdot 3^a) = \dots\dots\dots$

II. $NWD(2^a \cdot 3^b, 2^b \cdot 3^a) = \dots\dots\dots$

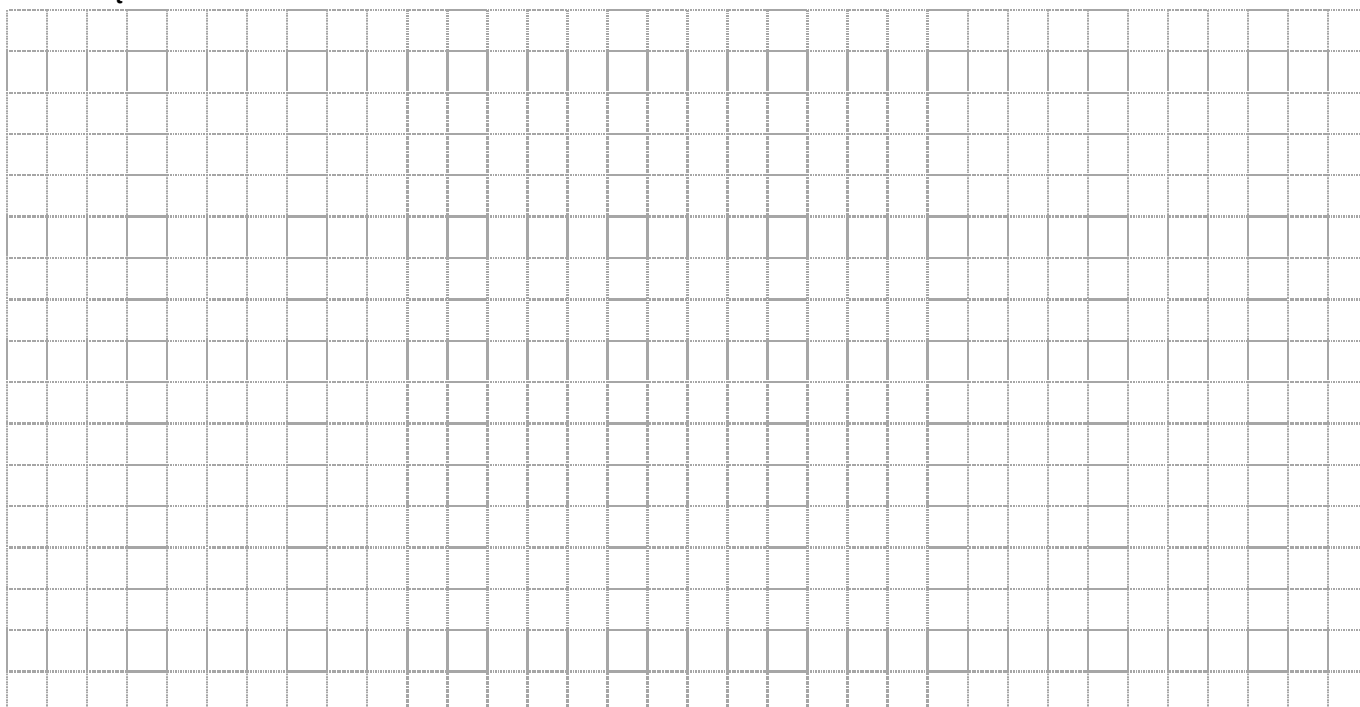
- b) **(4p)** Wykaż, że dla liczb naturalnych c oraz d takich, że $\frac{1}{2}d < c < \frac{3}{4}d$ prawdziwe jest równanie

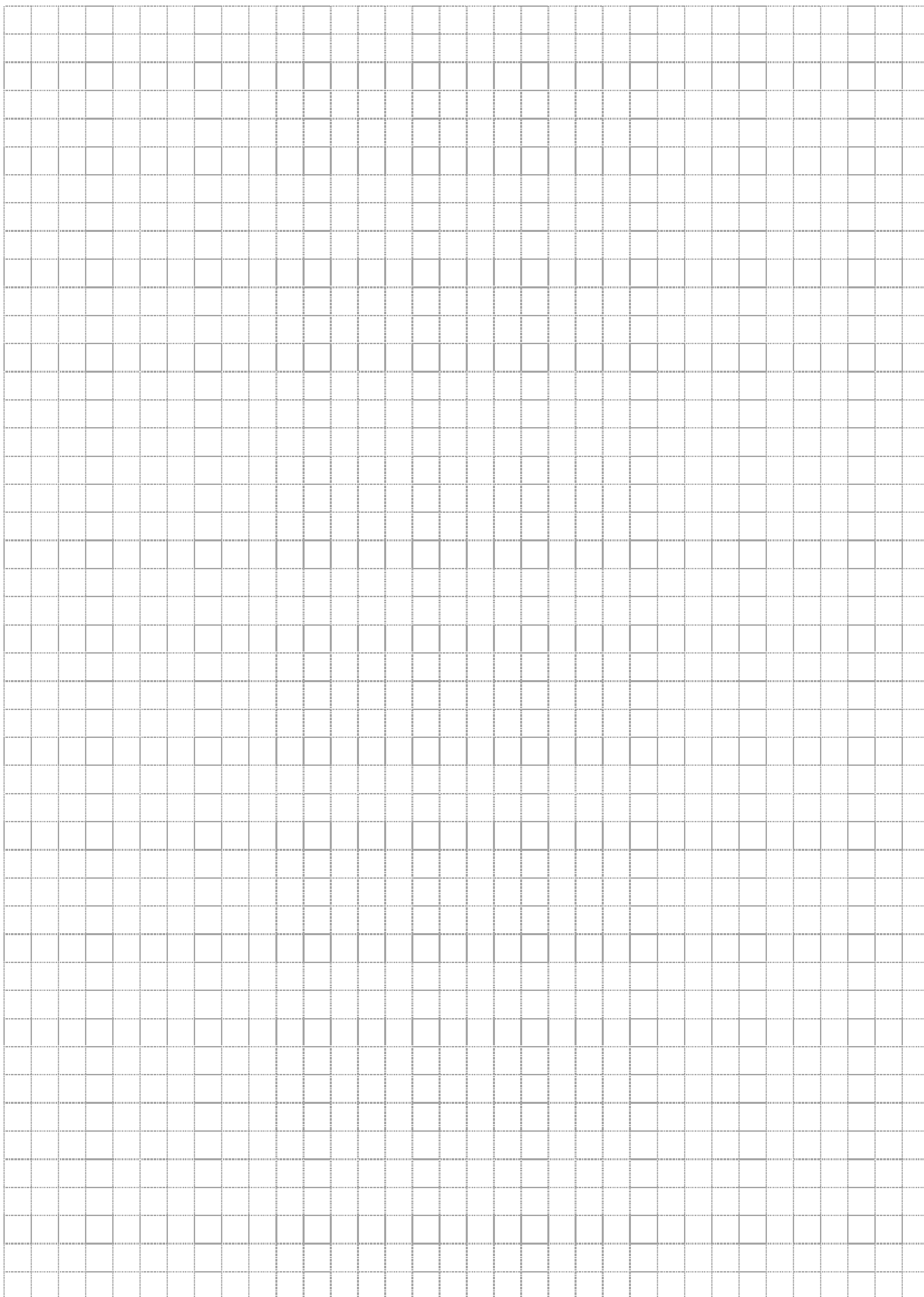
$$NWW(12^c, NWD(12^c, 18^d)) = NWD(12^c, NWW(12^c, 18^d))$$

- c) **(3p)** O liczbach całkowitych dodatnich m oraz n wiadomo, że iloczyn mn jest równy 12^5 , a $NWD(m, n)$ jest równy 36.

Wyznacz wszystkie pary liczb m i n . W odpowiedzi wartość liczb m i n zapisz jako iloczyn potęg liczb 2 i 3.

Rozwiązanie:



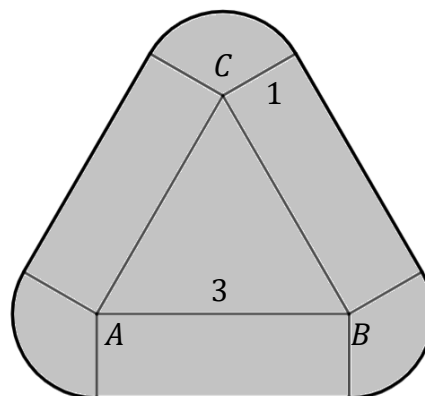


Kod ucznia

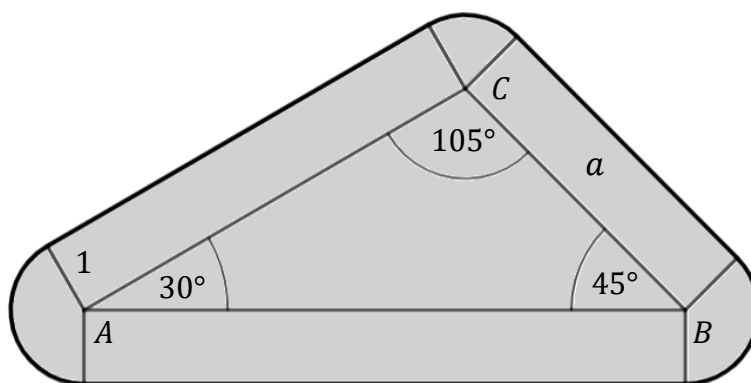
Zadanie 14 10p

Figurę F otrzymano w następujący sposób: na każdym boku trójkąta ABC zbudowano prostokąt o długości równej bokowi trójkąta i szerokości równej 1. Następnie z każdego wierzchołka trójkąta ABC zakreslono łuki, będące częścią okręgu, łączące wierzchołki prostokątów.

- a) **(3p)** Niech trójkąt ABC będzie trójkątem równobocznym o boku długości 3. Na rysunku obok przedstawiono zacieniowaną figurę F .
Oblicz pole figury F . Zapisz obliczenia.



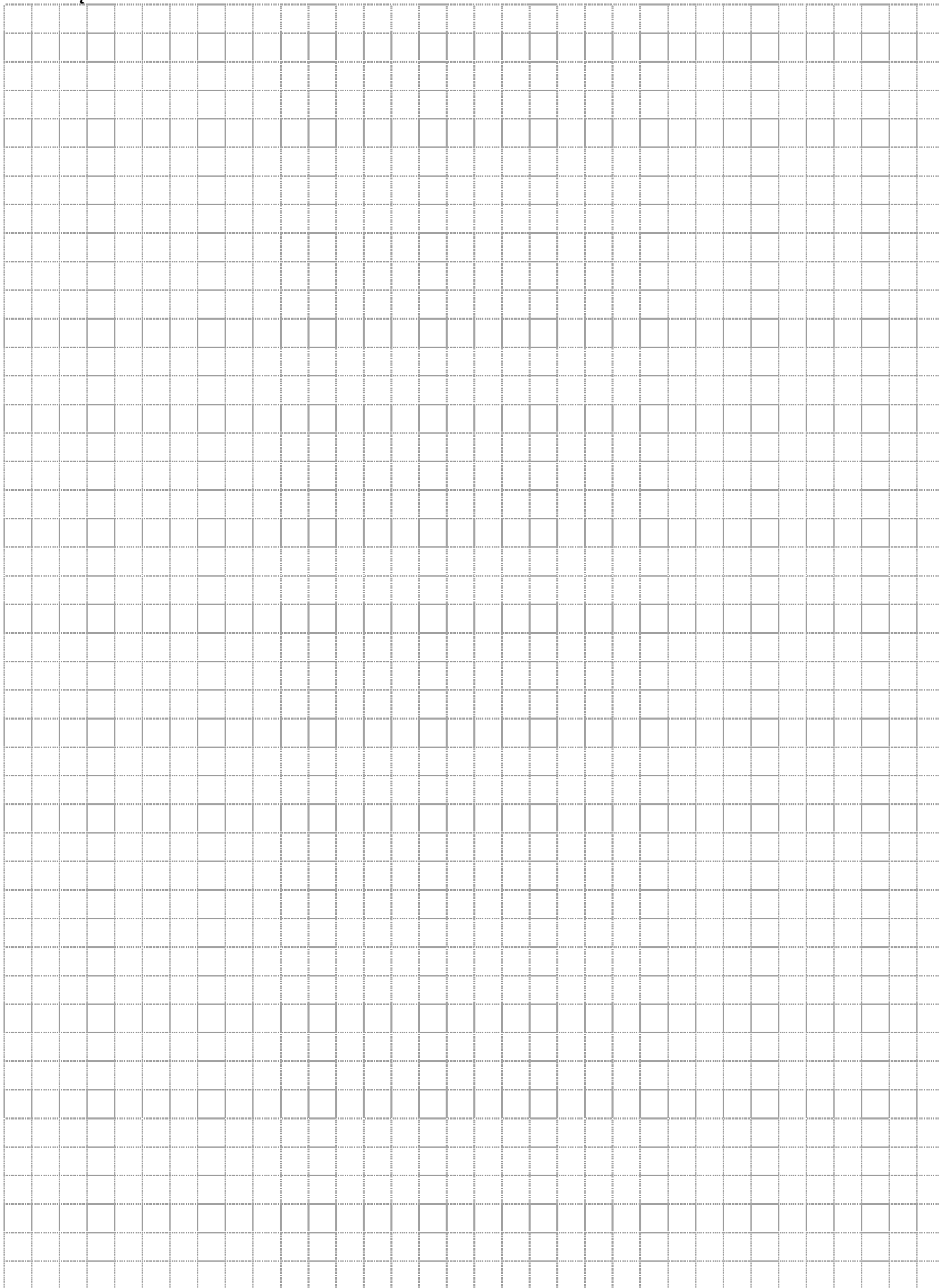
- b) **(4p)** Niech trójkąt ABC będzie trójkątem rozwartokątnym z kątami miary 30° , 45° oraz 105° . Bok BC ma długość a . Zapisz wyrażenie algebraiczne opisujące obwód figury F widocznej na rysunku poniżej.

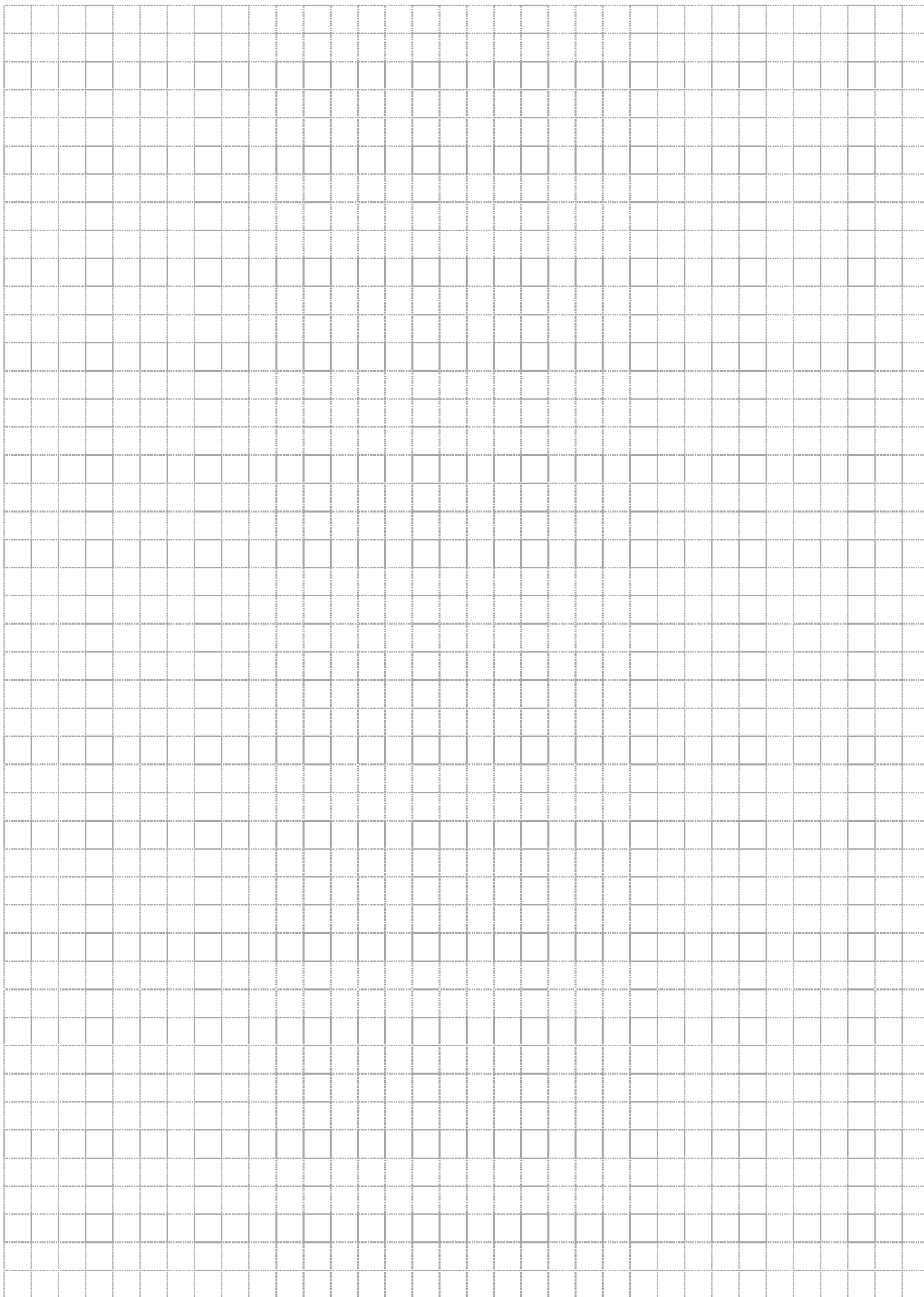


- c) **(3p)** Udowodnij, że dla każdego trójkąta ABC obwód figury F jest o 2π większy od obwodu trójkąta ABC .

Rozwiązanie zapisz na stronach 8 i 9.

Rozwiązanie:



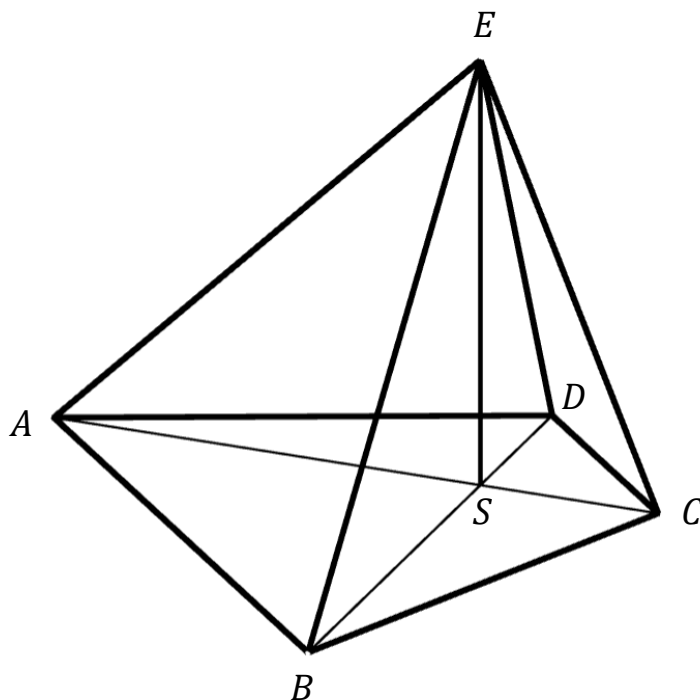


Kod ucznia

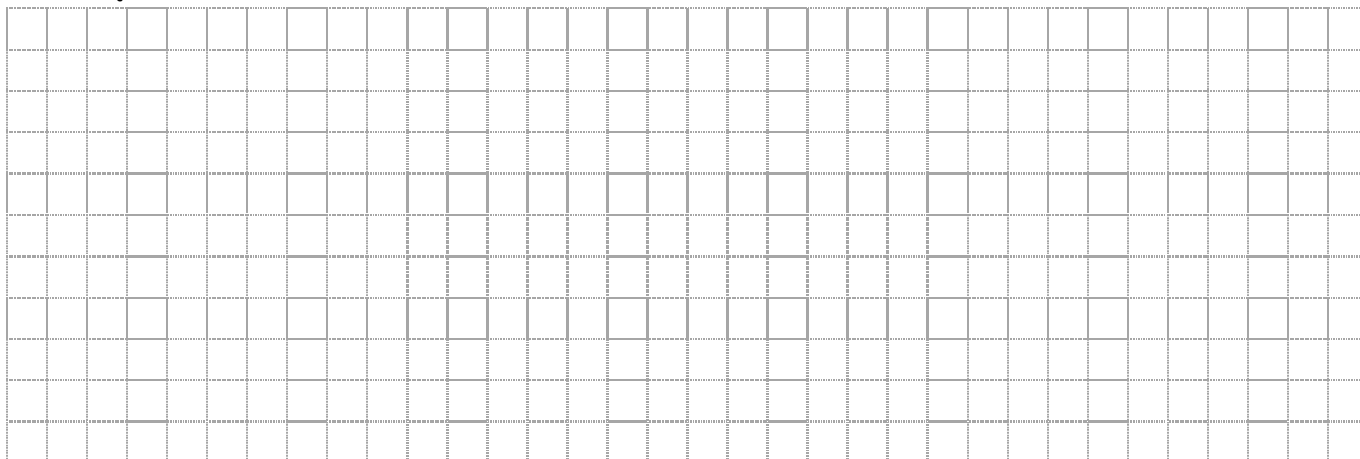
Zadanie 15. 11p

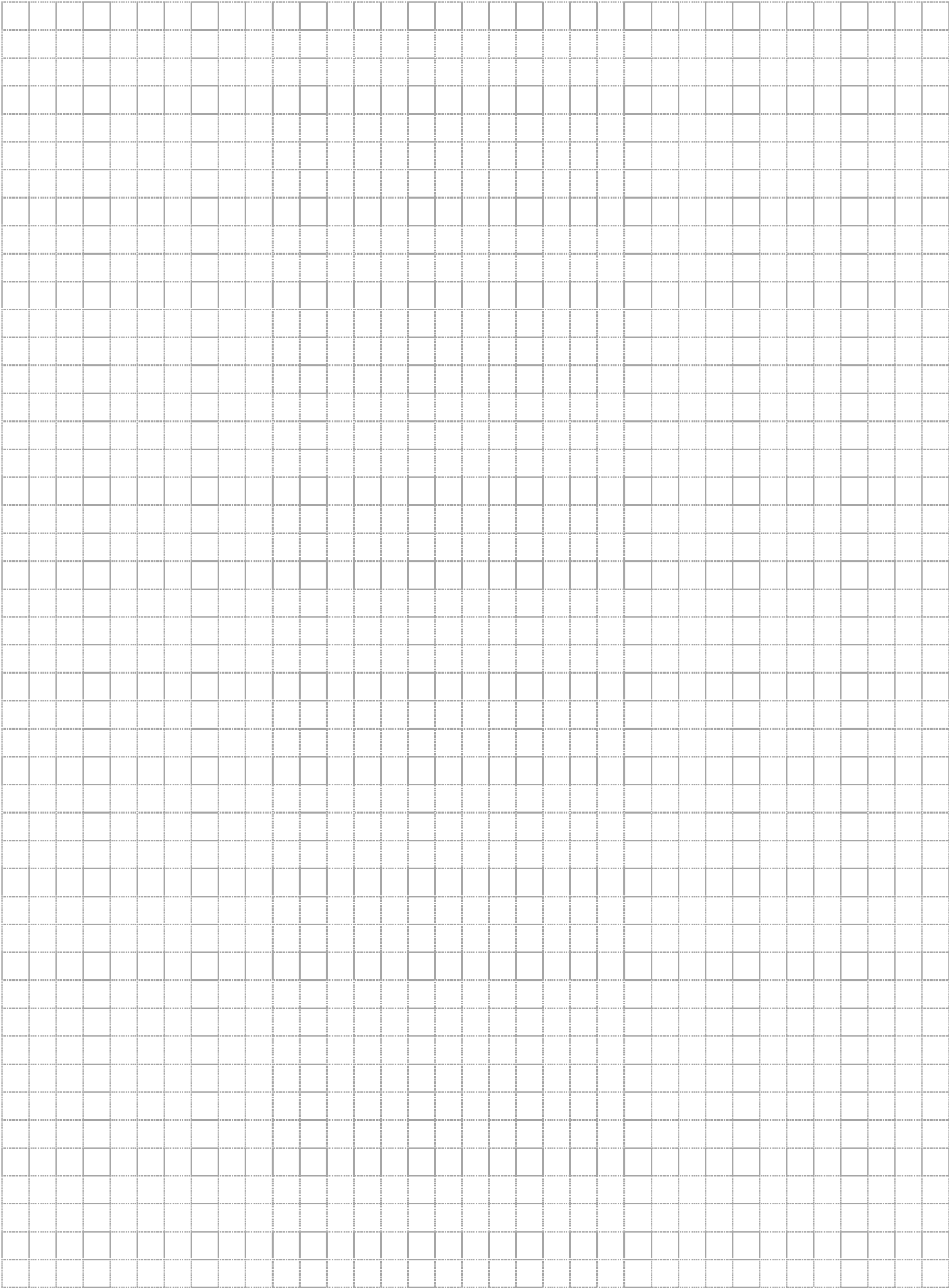
Dany jest ostrosłup czworokątny $ABCDE$, w którym podstawa $ABCD$ jest trapezem równoramiennym o prostopadłych przekątnych (zobacz rysunek poniżej). Krótsza podstawa CD trapezu ma długość $5\sqrt{2}$, a punkt przecięcia jego przekątnych S dzieli wysokość trapezu w stosunku 5:12. Wysokość ES ostrosłupa jest równa 12.

- (4p)** Oblicz objętość ostrosłupa $ABCDE$. Zapisz obliczenia.
- (2p)** Podaj sumę długości wszystkich krawędzi ostrosłupa $ABCDE$. Odpowiedź podaj w postaci $a + b\sqrt{2}$, gdzie a i b są liczbami naturalnymi.
- (5p)** Ustal, która ściana boczna ostrosłupa $ABCDE$ ma największe pole, a następnie oblicz pole tej ściany. Odpowiedź uzasadnij. Zapisz obliczenia.



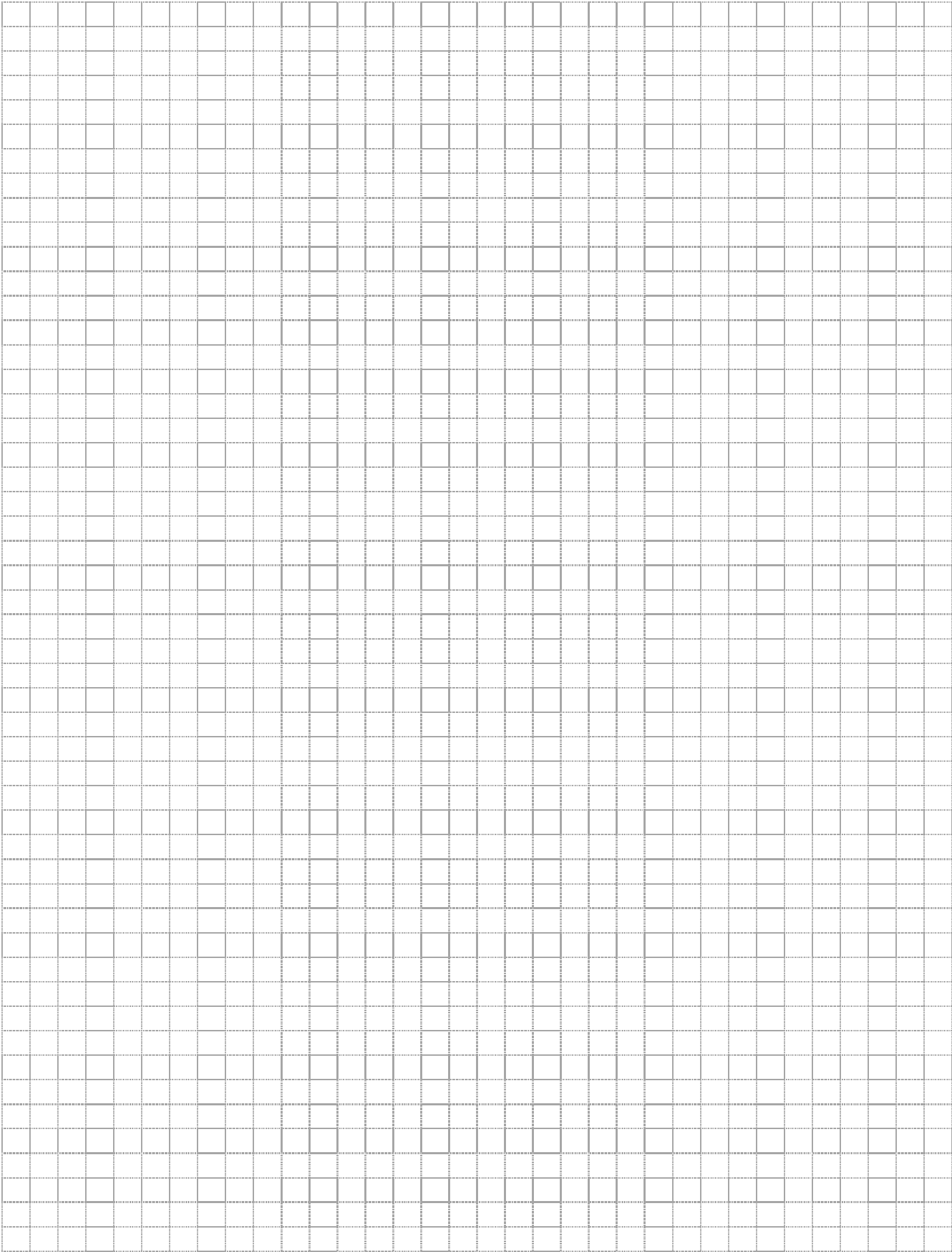
Rozwiązanie:





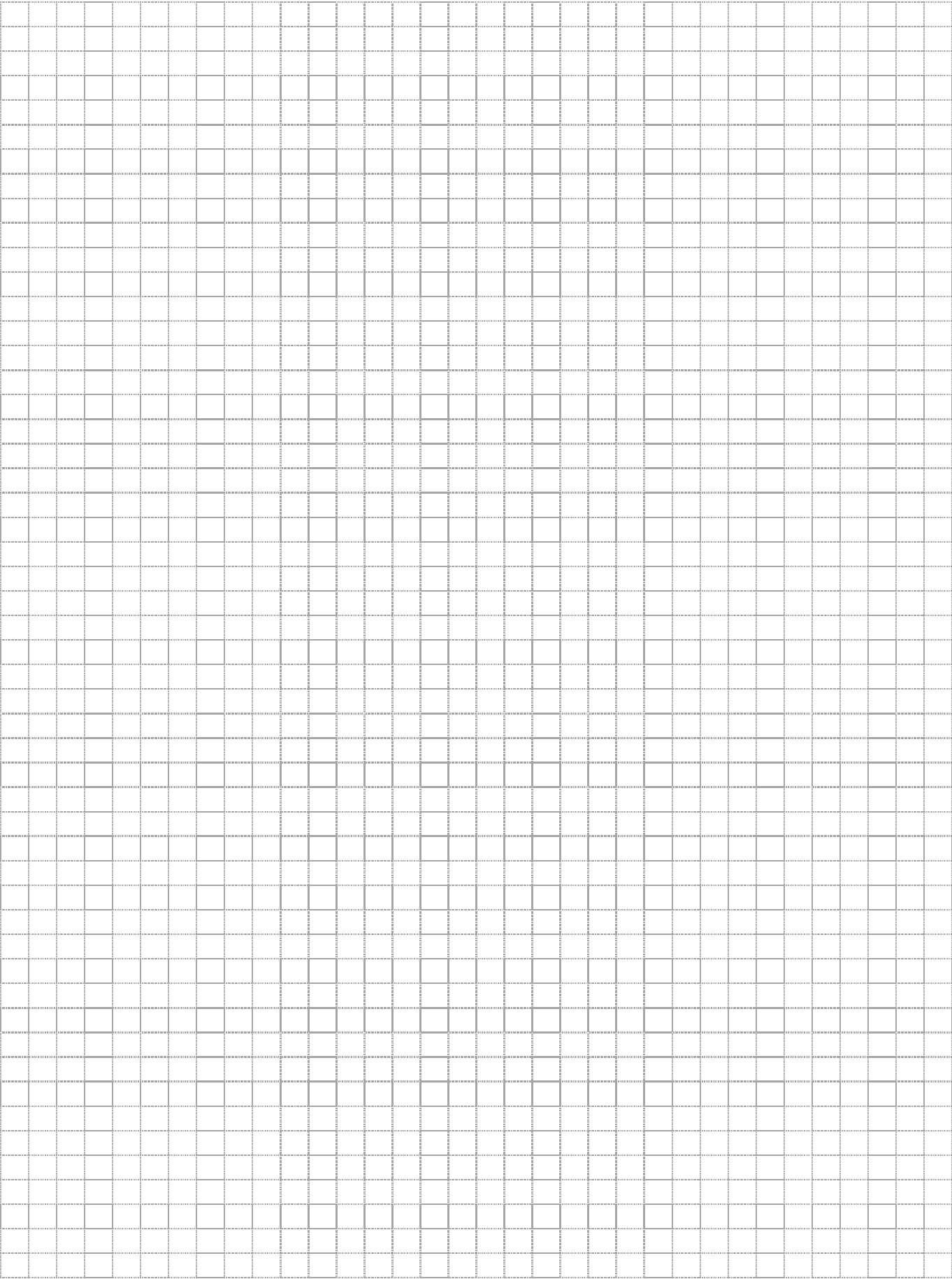
BRUDNOPIS

Pamiętaj! Wszelkie zapisy obliczeń i rozwiązań na tej stronie nie podlegają ocenie.



BRUDNOPIS

Pamiętaj! Wszelkie zapisy obliczeń i rozwiązań na tej stronie nie podlegają ocenie.



BRUDNOPIS

Pamiętaj! Wszelkie zapisy obliczeń i rozwiązań na tej stronie nie podlegają ocenie.

